



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA  
UNIVERSIDAD DEL ZULIA  
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS PARA GRADUADOS  
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA. MENCIÓN DOCENCIA



**ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE ALGORITMOS MATEMÁTICOS EN  
LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FÍSICOS**

Trabajo de Grado presentado ante la Ilustre Universidad del Zulia para optar al Grado Académico de  
MAGISTER SCIENTIARUM EN MATEMÁTICA, MENCIÓN DOCENCIA

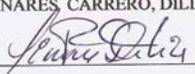
**Autora:** Dilia Rosario Linares Carrero.

**Tutora:** Dra. Xiomara Arrieta de Uzcátegui.

Maracaibo, julio de 2005

**ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE ALGORITMOS MATEMÁTICOS EN  
LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FÍSICOS**

AUTORA: LINARES, CARRERO, DILIA ROSARIO

FIRMA: 

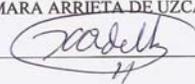
C.I. 7.978.951

DIRECCIÓN: SECTOR AMPARO AV. 29. N° 40-51

TELÉFONO: 0261- 7832312, CELULAR 0416- 1630931

CORREO ELECTRÓNICO: [diliaлинаresunica@hotmail.com](mailto:diliaлинаresunica@hotmail.com)

TUTORA: XIOMARA ARRIETA DE UZCÁTEGUI

FIRMA: 

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA  
UNIVERSIDAD DEL ZULIA  
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS PARA GRADUADOS  
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA. MENCIÓN DOCENCIA

VEREDICTO DEL JURADO

Quienes suscriben, miembros del jurado nombrado por el Consejo Técnico de la División de Estudios para Graduados de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia, para evaluar el Trabajo de Grado Titulado:

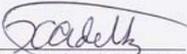
**ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE ALGORITMOS MATEMÁTICOS EN LA  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FÍSICOS**

Presentado por la Licenciada **Dilia Rosario Linares Carrero**, C.I.: 7.978.951, para optar al Título de Magister Scientiarum en Matemática, Mención Docencia. Después de haber leído y estudiado detenidamente el trabajo y evaluada la defensa de la autora, considerando que el mismo reúne los requisitos señalados por las normas vigentes y por tanto APRUEBA y para que conste se firma en Maracaibo, a los treinta y un días del mes de Julio de dos mil cinco.

JURADO

  
Dr. Victor Riveros  
C.I. 5.039.390  
Coordinador

  
Mg. Mercedes Delgado  
C.I. 10.410.162  
Secretaria

  
Dra. Xiomara Arrieta de Liscátegui  
C.I. 5.162.811  
Tutora

## **DEDICATORIA**

*A Dios por darme  
una gran fuerza espiritual*

*A mi madre Ana Francisca  
por guiarme con cariño,  
fuerza y responsabilidad.*

*A mi esposo  
Antonio  
Por su amor y comprensión*

*A mis hijos  
Antonio y Antonella por que  
son mi luz y mi alegría*

*A mis hermanos  
quienes con su amor,  
constante apoyo y dedicación  
me acompañan siempre.*

## ***AGRADECIMIENTO***

Es oportuno dar un gran reconocimiento a la Universidad del Zulia, institución a la cual debo mi formación académica.

Es un gran placer agradecer profundamente la colaboración y apoyo incondicional de la Profesora Xiomara Arrieta de Uzcátegui, tutora de esta investigación, quien con gran paciencia, esmero y entusiasmo dedicó muchas horas de su tiempo para la lectura y corrección de la misma; considero un privilegio el haber corrido con esa suerte y el que hayamos compartido las dificultades y satisfacciones de esta investigación.

Igualmente, debo reconocer la decidida y desinteresada colaboración del profesor José A. Naranjo Torres y a los veintinueve alumnos que cursan el segundo semestre en la asignatura física II en la especialidad de Metalurgia que brindaron su tiempo, en un momento dado de su intensa actividad estudiantil, para proporcionar la valiosa información que permitió llevar a buen término este estudio.

Por último, debo agradecer a mis familiares más cercanos, en especial a mi hermana Digna, por su constante dedicación durante el desarrollo de la investigación, siempre dispuesta, sin establecer condiciones, a sacrificar su tiempo por el mío.

## RESUMEN

Tradicionalmente el error en la pedagogía se percibe como una falta de forma negativa que daba lugar a una sanción, actualmente como consecuencia de la renovación contemporánea de reflexión epistemológica del análisis institucional del fracaso escolar, nace una nueva concepción del mismo, visto como un testigo que permite descubrir las dificultades en el proceso de enseñanza- aprendizaje. Esta investigación tendrá como objetivos: Proponer una tipología de errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos para identificarlos y diseñar una estrategia didáctica que permita hacer del error un recurso útil para el aprendizaje. La metodología utilizada es del tipo descriptivo, la población estuvo conformada por 108 alumnos que cursan el Segundo Semestre en la asignatura Física II en la especialidad Metalurgia durante el segundo período del año 2005 y la muestra escogida aleatoriamente, quedo conformada por 29 alumnos. Se utilizó como técnicas de recolección de información un cuestionario con 5 problemas físicos para desarrollar una encuesta y una entrevista semi-estructurada. Los cuales fueron convalidados y se determinó su confiabilidad. Del análisis realizados en los puntos precedentes se desprende que el numero promedio de repetición de errores en los alumnos se cometen en el indicador  $E_{4,1}$  : utilizan incorrectamente los procedimientos de los algoritmos en la resolución de problemas con un promedio de 2.9, por tal motivo se diseño una estrategia centrada en este tipo de error, para ser aplicada y se observó una disminución en el numero promedio de repeticiones del error en 0,4 siendo esto favorable a la investigación. Se concluyo que la tipología propuesta fue la adecuada para identificar los errores y la estrategia utilizada, diseñada para suministrar los conocimientos en una forma sencilla y clara, y que fuera comprendida por los alumnos, superando la incidencia de los errores lográndose un resultado satisfactorio.

Palabras claves: Error, algoritmos matemáticos, problemas físicos, estrategia didáctica

Email : [dilialinaresunica@hotmail.com](mailto:dilialinaresunica@hotmail.com)

## ABSTRACT

Traditionally the error in the pedagogy is perceived like a lack in a negative way that gave place to a sanction, at the moment as a consequence of the contemporary renovation of reflection epistemological of the institutional analysis of the school failure, the new conception has come up, seen as a witness that allows to discover the difficulties in the teaching process - learning. This investigation will have as objectives: To propose a typology of errors in the learning of mathematical algorithms in the resolution of physical problems to identify them and to design a didactic strategy that allows to make of the error an useful resource for the learning. The used methodology is of the descriptive type, the population was conformed by 108 students that study the Second Semester in the Physical subject II in the specialty Metallurgy during the second period of the year 2005 and the chosen aleatorilly sample, remain it conformed by 29 students. It was uses as a technique of gathering of information a questionnaire with 5 physical problems to develop a survey and a semi-structured interview. Which were authenticated and it was determines their dependability. Of the analysis carried out in the precedent points it comes off that the averages numbers of repetition of errors in the students was made in the indicator E4.1: they were using the procedures of the algorithms incorrectly in the resolution of problems with an average of 2.9, for such a reason it was design a strategy centered in this type of error, to be applied and it was observes a decrease in the average number of repetitions of the error in 0,4 being this favourable to the investigation. It was concluded that the proposed typology was suitable to identify the errors and the used strategy, designed to supply the knowledge in a simple and clear way, and order to be understood by the students, improving the incidence of the errors getting a satisfactory result.

Key words: Error, mathematical algorithms, physical problems, and didactic strategy

Email : [dilialinaresunica@hotmail.com](mailto:dilialinaresunica@hotmail.com)

## ÍNDICE DE CONTENIDO

<b>RESUMEN</b> .....	7
<b>ABSTRACT</b> .....	8
<b>INDICE DE CONTENIDO</b> .....	9
<b>INDICE DE FIGURAS</b> .....I	12
<b>INDICE DE GRAFICOS</b> .....	12
<b>INDICE DE TABLAS</b> .....	13
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	15
<b>CAPÍTULO I: EL PROBLEMA</b>	18
1.- SITUACIÓN PROBLEMÁTICA.....	19
1.1.-Formulación del Problema.....	25
2.- OBJETIVOS.....	25
2.1.- Objetivos Generales.....	25
2.2.- Objetivos Específicos.....	26
3.- JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA.....	26
4.- DELIMITACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	27
<b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO</b>	28
1.- ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN.....	29
2.- BASES TEÓRICAS.....	32
2.1.- El Empirismo y el Constructivismo. Concepciones sobre la adquisición de Conocimientos y sus aportes a la Educación.....	32
2.2.- La Teoría Epistemológica Bachelardiana y sus aportes al aprendizaje.....	36
2.3.- Definición de Error.....	37
2.4.- El papel del error la construcción del conocimiento.....	38
2.5.- Teoría de las situaciones didácticas de Guy Broousseau.....	40
2.5.1.- Los Obstáculos.....	41
2.5.2.- Errores de los alumnos.....	42
2.5.3.- Diferencias entre error, falta y fracaso.....	44
2.5.4.- Utilidad y necesidad del error en la acción y en el aprendizaje.....	44
2.5.5.- Tipología según los conocimientos en acción. Obstáculos ontogénicos y epistemológicos.....	45
2.5.6.- Tipología de errores asociados a la actividad Matemática.....	46
2.5.7.- Características de los errores en Matemática.....	47
	48

2.6.- Categorización o tipología de errores.....	48
2.6.1.- Errores según Radatz.....	50
2.6.2.- Errores según Movshovitz-Hardar, Zaslavksy e Inbar.....	50
2.6.3.- Errores según Esteley-Villareal.....	51
2.6.4.- Errores según Azcárate.....	51
2.6.5.- Errores según Socas.....	53
2.6.6.- Errores según Astolfi.....	57
2.7.- ¿Qué es un problema?.....	59
2.8.- Resolución de problemas.....	65
3.- DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS.....	

**CAPÍTULO III: PROPUESTA DIDÁCTICA**

1.-TIPOLOGÍA DE ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE ALGORITMOS MATEMÁTICOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FÍSICOS.....	68
1.1.- Errores por el uso inadecuado del lenguaje gramatical.....	69
1.2.- Errores por lectura escasa comprensiva del problema.....	69
1.3.- Errores por el uso inadecuado del lenguaje matemático.....	69
1.4.- Errores por extracción de datos.....	70
1.5.- Errores por procedimientos inadecuados en la resolución.....	70
1.5.1.- Errores de despeje .....	70
1.5.2.- Errores de aritmética.....	70
1.5.3.- Errores de algebra (demostración).....	71
1.5.4.- Errores de cálculo.....	71
1.5.5.- En las transformaciones de unidades.....	71
1.5.6.- Debido a los hábitos escolares.....	
1.6.- Errores por argumentación no valida desde el punto de vista de razonamiento lógico.....	
1.7.- Errores por comprobación de los resultados.....	
2.- PLANIFICACIÓN DE LA ESTRATEGIA.....	
3.- SISTEMA DE VARIABLES.....	
3.1.- ERROR.....	
3.1.1.- Definición conceptual.....	
3.1.2.- Definición operacional.....	

**CAPÍTULO IV: MARCO METODOLÓGICO**

1.- TIPO DE INVESTIGACIÓN.....

2.-POBLACIÓN, MUESTREO Y MUESTRA DEFINITIVA.....

2.1.- Población.....

2.2.- Muestreo.....

2.3.- Muestra Definitiva.....

3.- MÉTODOS DE INSTRUMENTOS PARA RECOGER INFORMACIÓN.....

3.1.- Método.....

3.2.- Instrumentos.....

3.2.1.-Cuestionario.....

3.2.2.- Encuesta.....

3.2.3.- Entrevista Semi-Estructurada.....

4.- VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS.....

4.1.- Validez de contenido.....

4.2.- Confiabilidad.....

4.2.1.- Procedimiento para medir la confiabilidad.....

**CAPÍTULO V: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

1.- ANÁLISIS DEL ERROR EN EL APRENDIZAJE DE ALGORÍTMOS MATEMÁTICOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FÍSICOS.....

1.1. Análisis por indicador.....

2.- DISEÑO DE LA ESTRATEGIA.....

Estrategia.....

2.2.- Análisis de la actividad.....

CONCLUSIONES.....

RECOMENDACIONES .....

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA N° 1 Fases para la Resolución de Problemas de Física.....	61
--	----

## ÍNDICE DE FIGURAS

GRÁFICO N° 1. Número promedio de repeticiones del error A.- Por el uso inadecuado del lenguaje en la gramática.....	
GRÁFICO N° 2. Número promedio de repeticiones del error B.- Por escasa lectura comprensiva del problema.....	
GRÁFICO N° 3. Número promedio de repeticiones por error C.- Por el uso inadecuado del lenguaje matemático.....	
GRÁFICO N° 4. Número promedio de repeticiones por error D.- Por extracción de datos.....	
GRÁFICO N° 5. Número promedio de repeticiones del error E.- Por procedimientos inadecuados en la resolución.....	
GRÁFICO N° 6. Número promedio de repeticiones del error F.- Por argumentación no válida desde el punto de vista de razonamiento lógico.....	
GRÁFICO N° 7 Número promedio de repeticiones del error G.-En la comprobación de los resultados.....	
GRÁFICO N° 8 Comparación de los promedios de repeticiones del error por indicador.....	



### ÍNDICE DE TABLAS

TABLA N° 1. Tipología de errores de Astolfi.....	56
TABLA N° 2. Modelo del proceso para resolver un problema físico.....	64
TABLA N° 3. Operacionalización de la variable.....	
TABLA N° 4. Variable error: construcción del cuestionario.....	
TABLA N° 5. Repeticiones del error por indicador.....	
TABLA N° 6. Número promedio de repeticiones del error A.- Por el uso inadecuado del lenguaje en la gramática.....	
TABLA N° 7. Número promedio de repeticiones del error B.- Por escasa lectura comprensiva del problema.....	
TABLA N° 8. Número promedio de repeticiones por error C.- Por el uso inadecuado del lenguaje matemático.....	
TABLA N° 9. Número promedio de repeticiones por error D.- Por extracción de datos.....	
TABLA N° 10. Número promedio de repeticiones del error E.- Por procedimientos inadecuados en la resolución.....	
TABLA N° 11. Número promedio de repeticiones del error F.- Por argumentación no válida desde el punto de vista de razonamiento lógico .....	
TABLA N° 12. Número promedio de repeticiones del error G.-En la comprobación de los resultados.....	
TABLA N° 13. Repetición del error en el indicador E.- Procedimiento inadecuado en la resolución..... E <sub>4.1</sub> . De cálculo.....	
TABLA N° 14. Comparación de los promedios de repeticiones del error por indicador	

### ANEXOS

Tabla de validación. Variable error.....	
Instrumento de validación.....	
Cuestionario.....	
Encuesta.....	
Guión de la entrevista.....	

## ***INTRODUCCIÓN***

## INTRODUCCIÓN

Históricamente, la naturaleza con que el ser humano enfrenta los errores en el desarrollo del conocimiento científico está acompañada siempre de frustración y fracaso. La identificación y análisis de estos errores a través de los años, ha permitido sustituir un viejo conocimiento, concreto e institucionalizado en la sociedad, por uno nuevo e innovador, defendido contra toda adversidad.

El problema del error en el aprendizaje es tan antiguo como la enseñanza misma. Sin embargo, nos encontramos con él en el entorno de nuestra vida cotidiana y el sentido común no cesa de repetirnos que sólo dejan de equivocarse los que no hacen nada.

El error es considerado como un elemento revelador en nuestra sociedad; "errar es de humano", es una fuente de angustia y estrés. Hasta los alumnos que son buenos tienen miedo a equivocarse, y todos hemos conservado la fuerte impresión de aquellos momentos penosos frente a un pizarrón, o incluso de aquel lápiz del maestro cuando desciende en las listas en busca de una observación. El objetivo principal a esta situación en clase es salir ileso, quizás arreglándola si consideramos las consecuencias que esto trae ¿No estará este sentimiento escolar tan definido con la percepción de encontrarse frente a dificultades a las que no se les puede dar sentido ni solución? Muy a menudo nos encontramos alumnos que son incapaces de relacionar estos problemas y lo atribuyen a su mala suerte. En ciertas ocasiones los jóvenes lo consideran como un desafío, de excitante competencia entre amigos, y así obtener un grado más de satisfacción.

En el proceso de aprendizaje, las personas ligadas de una manera u otra, padres, directores de instituciones, evaluadores, docentes, alumnos, entre otros, han considerado al error esencialmente como negativo, tanto que desean fervorosamente no encontrárselo en su camino. Este rechazo se acrecienta cada día más en el ámbito universitario, sobre todo en aquellas carreras que de algún modo tienen relación con la Matemática y la Física.

Las ideas precedentes que inspiraron esta investigación, relacionadas con las dificultades que se perciben en los alumnos para desarrollar cualquier actividad en clase, es diseñar una tipología para determinar la frecuencia en que los alumnos incurren en los errores de los algoritmos matemáticos en la resolución de problemas en física; y de acuerdo a esto elaborar una estrategia para aplicar con el fin de resolver este tipo de situación que se presenta con mucha frecuencia en nuestros estudiantes.

La finalidad es que sirva como aporte a los docentes para frenar el rechazo que provoca, convirtiéndolo en un recurso didáctico útil, construyendo modelos sucesivos para el aprendizaje de contenidos hacia el conocimiento científico.

La investigación se fundamentó en las distintas corrientes filosóficas, empiristas y constructivista, las teorías epistemológicas Bachelardiana y sus aportes al aprendizaje conferidas al error y a su rectificación, en la construcción del conocimiento científico. Las concepciones de Brousseau (2001) en el marco de su Teoría de las Situaciones Didácticas, y los aportes a la tipologías tales como las que corresponden a Radatz (1979) y a Movshovitz-Hardar, Zaslavsky & Inbar (1987); que aparecen, entre otras, en un trabajo desarrollado por Rico (1995) sobre los "Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas". La tipología que corresponde a Esteley-Villarreal (1990, 1992, 1996), quienes realizaron una categoría de errores en matemática; la de Azcárate (1996); la de Socas (1997), quien diseña su propia tipología para los errores de matemáticas a nivel secundario. Además se presenta una tipología de errores muy general, desarrollada por el físico Astolfi (1999)(a), en el campo de las ciencias y por último, la de Saucedo-Iaffei-Scaglia (2002) quienes realizaron una clasificación de errores basada en la de Mosvshovitz-Hadar-Zaslavsky.

La población a objeto de estudio estuvo conformada por alumnos de la cátedra de Física II en la especialidad de Metalurgia del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo (I.U.T.M.). El estudio realizado fue descriptivo, tanto cualitativo como cuantitativo. Las técnicas de recolección de información fueron el cuestionario, la encuesta y una entrevista grupal semi-estructurada. La medición y análisis de la variable error llevó a establecer conclusiones y recomendaciones de relevancia, que aportarán a los docentes de matemática y física los medios para un análisis reflexivo de los errores en detectados en sus alumnos, además de poder utilizarlos como una rica fuente de aprendizaje.

Esta investigación esta estructurada en cinco capítulos:

Capitulo I: El Problema, se expone la situación problemática, se formula el problema, se establecen los objetivos, su justificación y su delimitación.

Capitulo II: Marco Teórico, después de haberse realizado una revisión bibliográfica exhaustiva, propuestas para el desarrollo de los antecedentes, su basamento teórico se concluye con las

definiciones de términos Básicos.

Capitulo III: Propuesta Didáctica, en la cual se da a conocer una tipología propuesta por la investigadora para determinar los errores que cometen los alumnos durante el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos.

Capitulo IV: Marco Metodológico, que describe y sistematiza los distintos procesos en la investigación.

Capitulo V: análisis y tabulación de los resultados obtenido por las diferentes técnicas de recolección de información.

Finalmente se presenta, a manera de conclusión, los hallazgos más importantes de la investigación y se hacen recomendaciones que permitan de algún modo ahondar más en el tema de los errores para generaciones futuras en investigación.

***CAPÍTULO I***  
***EL PROBLEMA***

**EL PROBLEMA**

## **1.- SITUACIÓN PROBLEMÁTICA**

La educación actual tiene como finalidad fundamental facilitar el crecimiento y desarrollo óptimo e integral de cada individuo, convirtiéndolo así en un ser crítico reflexivo y creativo. Sin embargo, la crisis en la que se encuentra sumergida la educación en algunos países se hace cada día más notorio, ya que no responde a una serie de necesidades y demandas, científicas y técnicas que exige la sociedad moderna. Se hace cotidiano en nuestro contexto de trabajo escuchar las distintas opiniones al respecto, cada persona critica y reflexiona en torno al tema según como se sienta afectado.

Los primeros en evidenciar los problemas propios de esta crisis son los países subdesarrollados, lo cual no quiere decir que algunos países desarrollados no presenten esta situación. (Milner, 1998 citado por Franchi, 2000) señala al respecto, que no cabe duda que la educación está en crisis no solo en su país -Argentina-, sino en el mundo entero. Afirma que a pesar de que todos tengan actualmente acceso a una educación, existen países como los Estados Unidos donde uno de cada tres adultos es funcionalmente analfabeto. Lo que significa que no es capaz de resolver elementales problemas de aritmética o de seguir instrucciones simples de dos o más pasos.

Venezuela no escapa a esta problemática, el ámbito educativo no ha podido superar la denuncia que formulaba hace más de 40 años en la prensa nacional el filólogo Ángel Rosenblat (1902 – 1984) quien afirmaba que *“Venezuela se encuentra, en materia educativa, ante un inmenso despilfarro de dinero y energía humana y ante un grave atentado contra su porvenir”* (Rosenblat, 1959). Uno de los síntomas alarmantes de esta crisis educativa en nuestro país es el rendimiento estudiantil en sus distintos niveles, donde los estudiantes aspirantes a ingresar a la universidad, tanto en el área social como en el área de la ciencia, muestran graves deficiencias. La manera de escribir y redactar que tienen la mayoría de estos estudiantes bastaría para afirmar las grandes debilidades de la educación media diversificada y profesional. Se evidencia que la preparación científica de estos estudiantes es más deficiente que su preparación humanística, y eso explica las dificultades que presentan en el primer año de Medicina, Ingeniería o Ciencias.

El cuestionamiento que se hace al sistema educativo es por demás injusto, al pretender reducir la explicación de los resultados obtenidos a dificultades exclusivas del mismo sistema y aislar la problemática educativa del acontecer nacional. En esta discusión se plantea una educación

*Dilia Linares. "Errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos" -21-*  
venezolana que presenta, entre otros aspectos, una falta de pertenencia social, un proceso centrado en la información y no en la formación del educando y unos contenidos curriculares que tienen ineficiencia social (Odreman Torres, 1998).

Si la educación no fluye al ritmo de la realidad socio político y económico actual del país habrá un desfase irreconciliable, se impone entonces la necesidad de un cambio de perfil educativo adecuado al momento.

Según Santoyo (2000) existe certeza de que la reforma académica del sistema de educación superior es una necesidad inaplazable. Al comparar el contexto actual en su complejidad y las características de la educación superior se revela su retraso y las faltas de respuestas oportunas.

Hoy día el docente debe poner en práctica una metodología actualizada que dé respuestas al mundo moderno y al avance de la ciencia. El reto que tiene el docente en el mundo actual consiste en contribuir en la formación de un estudiante a través del desarrollo del pensamiento en un mundo vertiginoso.

Las deficiencias de la formación académica de los alumnos, influyen directamente en el desempeño que posteriormente exhibirán algunos en el quehacer universitario y otros en su desenvolvimiento como ciudadano. Esto usualmente ocurre con estudiantes que recién culminan la educación media diversificada al enfrentar las asignaturas en los distintos niveles universitarios; aunque esta situación no es determinante, pues se ha descubierto que, estudiantes que han obtenido excelentes notas con un aparente buen índice académico presenten serias dificultades en el aprendizaje de las asignaturas del nivel superior, reflejado muchas veces en la situación de pobreza que presentan en el lenguaje oral y escrito, redundando en muchos casos en la incapacidad para interpretar adecuadamente lo que se lee.

El fracaso escolar en las asignaturas de Matemática y Física del primer año de las licenciaturas de Ciencias, Educación e Ingeniería en las universidades portuguesas puede sobrepasar el 50%. Este fracaso tiende a centrarse en factores no académicos, principalmente psicosociológicos. Estos factores tienen una importante influencia en la explicación del fracaso escolar en el primer curso de licenciatura. Sin embargo, no solamente se hacen complicados de investigar, sino que, tampoco se pueden modificar sustancialmente a corto o mediano plazo.

Por otro lado, la investigación de los factores académicos ha sido relativamente escasa y, en la mayoría de los casos, realizada en el ámbito de cada institución educativa afectada. Existe, sin embargo, un consenso tácito en considerar que los factores académicos, en general, y la calidad de la enseñanza, en particular, contribuyen necesariamente al fracaso escolar, a pesar de no ser los únicos factores. Además de esto, los factores académicos son, al menos teóricamente, los más fácilmente alterables mediante la intervención de los profesores universitarios.

Desde hace varias décadas vienen realizándose esfuerzos innovadores bajo distintos enfoques, modelos, teorías, entre otros; que han mostrado avances exitosos y fallidos en las diversas líneas de investigación.

Los profesionales de la docencia y de otras áreas dedicados a esta, necesitan comenzar, a despojarse de ciertos prejuicios, a discutir sobre lo que se hace, cómo lo hacen, qué les deja y/o dejan a los estudiantes lo que hacen día a día en sus aulas, qué están contribuyendo a formar, hacia dónde se dirigen y simultáneamente concretar las tareas, e ir construyéndose con sus alumnas y alumnos.

Una de las propuestas didácticas que actualmente se plantean en las investigaciones de la enseñanza de las ciencias y la matemática que permiten de alguna manera dar respuesta a la crisis en la formación de los alumnos, es lo relativo al estudio de los errores en el aprendizaje escolar y la resolución de problemas físicos.

Según el enfoque conductivista, el error, se ha planteado de dos maneras, la primera, desde el punto de vista de los docentes, los padres y el sentido común, como una falta o fallo del alumno que debe evitarse en el acto de aprender, el cual daba lugar a una sanción, marcado por el fracaso. De esta manera se carga el error a cuenta del alumno y en la de sus esfuerzos de adaptación a la situación didáctica; y la segunda, al que concibió la programación y a su falta de capacidad para adaptarse al nivel real de los alumnos. Estas dos actitudes asumidas son similares pues tienen como elemento común en que el error es lamentable y lamentado poseyendo un estatus negativo al que se busca remedio.

Ahora bien, en el modelo constructivista los errores no se consideran faltas condenables ni fallos de programas lamentables: son síntomas interesantes de los obstáculos con los que se enfrenta el

pensamiento de los alumnos, adquiriendo un nuevo estatus como indicador y analizador de los procesos intelectuales que los alumnos van resolviendo y que se deben tomar en cuenta al realizar correcciones, pues, se trata de profundizar en la lógica del error y de sacarle partido para mejorar los aprendizajes (Astolfi, 1999)<sup>(a)</sup>.

Actualmente, estos errores no constituyen simples olvidos o equivocaciones momentáneas, sino que, expresan ideas muy seguras y persistentes, el cual es visto como un testigo que permite descubrir las dificultades con las que tropieza el proceso de aprendizaje, como un buen indicador y analizador de las tareas intelectuales que los alumnos deben resolver.

Llama la atención, cómo los docentes del área matemática y física realizan comentarios en su lugar de trabajo sobre los errores que los alumnos cometen en sus evaluaciones escritas y orales. (Bourdieu y Passeson, 1970, citados por Astolfi, 1999)<sup>(a)</sup> afirman, que los profesores bromean acerca de los disparates que cometen sus alumnos, olvidándose con ello, que estos fallos del sistema encierran una "verdad". A su juicio los autores habían detectado que existía una diferencia esencial entre los alumnos percibidos a través de los errores cotidianos en la escuela y señalaban su significado didáctico. Para Astolfi los comentarios y bromas que realizaban los profesores sobre los errores de sus estudiantes, llegaban hasta allí, sin poner práctica los correctivos necesarios para evitarlos, sin reflexionar sobre lo que ellos encierran ni sobre su causa, tampoco planteaban la posibilidad de discutir las estrategias que podían poner en práctica para solucionar esta situación y mejorar así el aprendizaje.

Si se toma en cuenta las conversaciones que sostienen los profesores universitarios de los errores que cometen los estudiantes de los primeros semestres, muchos de estos podrían enmarcarse en las operaciones elementales que conforman el área del álgebra que se imparte en la educación básica y media diversificada y profesional; esto no quiere decir que estudiantes de semestres superiores no incurran en los mismos errores dentro de esta área, independientemente del profesor que dicta el curso.

Del mismo modo (Espinoza, 2000) establece que el tratamiento que se ha dado a la mayor parte de los errores, tanto en el colegio como en la universidad consiste sólo en señalarlo, con o ninguna discusión, complementado con el desarrollo efectuado por el docente y el alumno en un conjunto de ejercicios relacionados con el contenido. Este tratamiento no ha arrojado resultados satisfactorios

porque un alto nivel de estudiantes incurre en un mismo error y en otros tipos, en el marco de la didáctica de la matemática actual. En el constructivismo, (Pérez y col, 2002), se parte de la conmoción provocada por la constancia de elevados porcentajes de alumnos, incluso universitarios, que cometen graves errores en conceptos fundamentales y reiteradamente enseñados. Se analizan detenidamente las causas de estos errores relacionados con la existencia de forma espontánea de pensamiento y con planteamientos docentes incorrectos.

Cuando los docentes se encuentran frente a los errores de sus alumnos, exhiben comportamientos variables, los cuales pueden constituir parte de una actitud positiva, el cual implicaría que el docente partiese de los errores detectados en sus alumnos para el diseño de las estrategias de enseñanza a fin de que éstos logren los objetivos programados. Si se muestra una actitud negativa podría producir sentimientos de frustración que lo conduzca al fracaso, sin valorar la valiosa oportunidad que tienen tanto el docente como el alumno de la importancia del error en el proceso enseñanza aprendizaje.

Una de las metas más relevantes en la Educación en Física es que los estudiantes sean capaces de utilizar con éxito lo que ha aprendido en la resolución de problemas. Puesto que el aprendizaje va más allá de memorizar y parafrasear definiciones de conceptos, principios y leyes; la enseñanza debe estar orientada entre otros aspectos, a desarrollar habilidades para aplicar los conocimientos adquiridos en el análisis de situaciones nuevas que impliquen toma de decisiones y solución de problemas (De Báscones, 1987).

Para el docente es esencial conocer el estado de los conocimientos de los alumnos antes de comenzar a resolver problemas y las rutas de acceso que ellos tienen, es decir, hacer un catálogo como recurso, orientado a medir esos conocimientos al enfrentar las situaciones problemáticas, incluyendo aquellos que sean erróneos.

Lo que para algunos es un problema por falta de conocimientos específicos sobre el dominio de métodos o algoritmos de solución, para otros que si los tienen es un simple ejercicio. Esta cuestión aunque ha sido planteada en varias ocasiones no parece un buen camino para profundizar sobre la resolución de problemas.

Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata (Polya, 1965). Para Rudnik y Krulik (1994), es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un

grupo, que requiere solución y para el cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio, es decir, la respuesta no es inmediata ni evidente.

De estas dos definiciones se infiere que un problema debe satisfacer tres requisitos: aceptación, bloqueo y exploración. El alumno individualmente o su grupo, debe **aceptar** el problema planteado, teniendo un compromiso formal, acorde a las motivaciones externas o internas, de lo contrario presentará un **bloqueo** en sus intentos iniciales donde las técnicas habituales para abordar el problema no le darán resultado satisfactorio, por lo que se hace necesario **explorar** nuevos métodos para atacar el problema.

Borasi (1986) en su interés de mejorar la enseñanza de la resolución de problemas, clarifica la noción de problema utilizando los siguientes elementos: 1) el contexto del problema, que no es otra cosa que la situación en la cual se encuadra el problema mismo; 2) formulación, es la definición explícita de la tarea a realizar; 3) el conjunto de soluciones que pueden considerarse aceptable para el problema y 4) el método de aproximación que podría usarse para alcanzar la solución.

La resolución de problemas, es aceptada por diversas teorías del aprendizaje como un proceso intelectual complejo que intenta lograr la enseñanza formal de la física, desarrollando la capacidad para el proceso de solución en el área de los contenidos enseñados, en el cual se requiere aprender destrezas útiles y relevantes en múltiples contextos, lo cuales se incorporan a la estructura del conocimiento del estudiante; sin embargo se ha demostrado en un estudio con alumnos de Educación Media que la enseñanza de la Física no está logrando que los estudiantes aprendan a resolver problemas, obteniéndose una baja correlación entre conocimientos adquiridos y solución de problemas de tipo idéntico a los resueltos en clase (Andrés y De Bascones, citado por Arrieta y Delgado, 1999).

Pero lo importante, según (De Bascones, 2001), es que debe existir un equilibrio entre los aspectos cuantitativos y cualitativos a la hora de resolver problemas físicos, dado que, primero se visualiza cuando se comprende la situación física, reconociendo los conceptos, para utilizar el lenguaje simbólico (cuantitativo) y así expresar las relaciones que se establecen entre los mismos (cualitativo) de manera lógica, para responder no cayendo solo en problemas numéricos, el uso de fórmulas y la pregunta de ¿cuánto? o ¿cómo?.

Sería interesante realizar un análisis sobre los errores de algoritmos matemáticos que los alumnos cometen en su proceso de aprendizaje en la resolución de problemas físicos del nivel básico universitario, convirtiéndolos en un elemento innovador para el diseño de nuevas estrategias didácticas que aprovechen la presencia de los mismos como una fuente de adquisición de conocimiento.

### **1.1.- Formulación del Problema**

En base a las consideraciones planteadas inicialmente en esta investigación existen motivos suficientes para formular las siguientes interrogantes:

¿Existe una tipología de errores de algoritmos matemáticos que puedan ser identificados y clasificados en el desarrollo de la resolución de problemas físicos?

¿Cuáles son los errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos con más incidencia en la resolución de problemas físicos en los estudiantes de la asignatura Física en la especialidad de Metalurgia del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo, a fin de elaborar una tipología que permita identificarlos, clasificarlos y utilizarlos como una estrategia de enseñanza aprendizaje?

La respuesta a las interrogantes planteadas se obtendrá a través de los siguientes objetivos.

## **2.- OBJETIVOS**

### **2.1.- Objetivos Generales**

- Establecer una tipología de errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos detectados en los estudiantes de la asignatura física II en la especialidad de Metalurgia, del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo.
- Identificar los errores que cometen los estudiantes en el aprendizaje de Determinar los errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos en los estudiantes que conforman la muestra de estudio.
- Establecer una estrategia didáctica que permita hacer del error un recurso útil para el aprendizaje el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos.

## **2.2.- Objetivos Específicos**

- Elaborar una tipología de errores derivada del análisis de una categorización existente y de un estudio exploratorio, en la asignatura física II en la especialidad de Metalurgia del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo.
- Identificar los errores que cometen los estudiantes en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos en los estudiantes que conforman la muestra.
- Diseñar una estrategia de aprendizaje que permitan hacer del error un recurso didáctico útil para llegar al conocimiento científico.
- Determinar los niveles de logro que aportan la identificación los errores durante la aplicación de una estrategia en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos, en la muestra de estudio.

## **3.- JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA**

En el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos aparecen sistemáticamente errores y, por eso, dicho proceso deberá incluir criterios de diagnóstico, corrección y superación mediante actividades que promuevan el ejercicio de la crítica sobre las producciones del error. En general, lo que más preocupa es la persistencia y la masividad de algunos de ellos.

Evidentemente estos errores influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos y es imprescindible que los alumnos los reconozcan y asuman la necesidad de superarlos a fin de obtener logros de aprendizaje. Su análisis sirve para ayudar al docente a organizar estrategias para un mejor aprendizaje insistiendo en aquellos aspectos que generan más dificultades, y contribuyen a una mejor preparación de instancias de corrección.

Desde la cátedra Física II de la carrera de especialidad en Metalurgia del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo se observó con preocupación la cantidad de errores que en forma reiterada cometen los estudiantes que conformaron la muestra.

El protagonismo que como docentes le damos al error y la forma como trabajamos con él, influye

en el rendimiento académico de los alumnos. Si pretendemos aprendizajes significativos es prioritario el conocimiento y el tratamiento del tema tanto del profesor como los estudiantes, para establecer y aplicar estrategias didácticas que fortalezcan sus debilidades cognitivas.

Desde el punto de vista institucional, las estrategias didácticas basadas en el análisis crítico de los errores de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos, permite disminuir los índices de repitencia y deserción en la asignatura, lo que se traduce en un beneficio para los estudiantes.

#### **4.- DELIMITACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

La investigación se enmarca dentro de la Didáctica de la Matemática y las Ciencias Experimentales, particularmente la Física, y se inicia con la búsqueda de teorías sobre categorización o tipología de errores que ofrezcan aportes a la construcción de conocimientos científicos más sólidos y significativos para el alumno.

Esta investigación se realizó en el Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo (I.U.T.M.), dependiente del Ministerio de Educación Superior del Sector oficial de la Región Zuliana. Se aplicó a estudiantes que cursan el segundo semestre en la asignatura física II en la especialidad de Metalurgia. El trabajo de campo se realizó en el segundo período del 2005 del mismo año, y se estudió en relación al contenido programático de la Unidad I llamada Electroestática.

***CAPÍTULO II***  
***MARCO TEÓRICO***

## MARCO TEÓRICO

A continuación se exponen los aspectos que fundamentan el presente estudio, tomando en consideración aquellas investigaciones y teorías que guardan relación con el mismo.

### 1.- ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Franchi (2002), en su estudio “El status del error en el aprendizaje de la geometría del nivel superior”, describe que los errores con mayor incidencia son los de razonamiento, seguido por los de lenguaje geométrico y los de técnicas; y, que la actitud mostrada por los alumnos y por la mayoría de los docentes son neutras en los componentes cognitivos y afectivos y positivas en el conductual. Para ello, se identificaron, clasificaron y cuantificaron los errores y se midieron las actitudes de los docentes y alumnos frente a los mismos proponiendo una tipología de errores en el área de geometría analizando su status en la enseñanza y aprendizaje de la asignatura.

*Este estudio se considera como antecedente porque aporta una tipología de errores en el área de geometría evaluando la actitud del docente y los alumnos frente a los mismos.*

Schechter (2000), (citado por Franchi, 2002) realizó en Estados Unidos, una compilación de errores donde describe los que ha visto con más frecuencia en el área de la matemática. Afirma que ha encontrado una y otra vez los viejos errores, y expresa que le gustaría ver otros nuevos y originales. Manifiesta que está acostumbrado a mostrar esta compilación a sus estudiantes de matemática, al inicio de cada semestre, y les hace la advertencia de que pueden ser penalizados fuertemente si cometen algunos de esos errores en sus tareas, o exámenes, y, sin embargo, vuelve a encontrarse con ellos reiteradamente.

*Este trabajo se considera como antecedente porque muestra una compilación de errores cometidos por los estudiantes a lo largo de varios semestres aunque la estrategia utilizada por el autor para solventarlos no es la más adecuada ya que los alumnos reiteran en los mismos.*

Moreira (2001), en su trabajo “la enseñanza de la física para un aprendizaje significativo crítico” dictado en el XI Encuentro de Física Regional Norte (Chile) y VI Reunión Internacional Andina de física, plantea en relación al “principio del aprendizaje por el error” que es preciso no confundir el aprendizaje por el error, con el concepto de ensayo y error. La idea es que el hombre aprende

corrigiendo sus errores. Por otra parte, la escuela condena el error y busca promover el aprendizaje de hechos, leyes, conceptos, teorías, como verdades absolutas, donde los profesores y textos ayudan mucho a esta tarea, ignorando que el error es el mecanismo humano por excelencia para construir conocimiento, para ella, ocuparse de aquellos errores cometidos por personas que suponen haber descubierto hechos importantes y duraderos es pérdida de tiempo, pues creen haber obtenido la verdad absoluta de la realidad, siendo que ésta puede ser provisional, y en algunos casos hasta errada. Dándole al alumno la idea de que el conocimiento correcto, o definitivo, es él que tenemos en el mundo real, cuando en realidad puede ser errado.

*Esta exposición aporta criterios significativos y es tomado como antecedente de estudio, pues, presenta el hecho de que se puede obtener un aprendizaje del error, siendo un mecanismo humano para construir conocimiento, señalando que la escuela tradicional no aporta mayor solución al respecto, pues condena el error de manera tajante.*

Espinoza (2000), realizó una investigación en Colombia, intitulada “Un tratamiento del error en que incurre el estudiante en su trabajo de matemática”, desarrollada con estudiantes de primero y segundo semestre de diferentes carreras y universidades en Bogotá, utilizando una metodología propuesta para el tratamiento del error a partir de estrategias meta-cognitivas, como identificación del error por parte del estudiante, el establecimiento de sus causas y las precauciones que deben seguir para no incurrir nuevamente en el mismo. Sus conclusiones fueron que un alto porcentaje de alumnos legitima su error, a juzgar por las causas que presenta y las precauciones que se fijan. En el desarrollo de su estudio, el 78% de los estudiantes mostró una reducción del error, mientras que el 22% restante lo reiteró. Luego, a ese 22% se le hizo la corrección correspondiente, de lo cual un 14 % captó la corrección y 8% fue recurrente.

*La propuesta utilizada se considera como antecedente ya que el tratamiento del error se da a partir de una estrategia meta-cognitiva y juzgar su causa, donde 92% de los estudiantes logran identificarlo y reducirlo, lo cual nos muestra que el tratamiento fue muy efectivo para la corrección del mismo.*

Molero, (1999), plantea en su trabajo sobre la “relación entre el dominio de los formalismos matemáticos y la resolución de problemas”, que la mayoría de alumnos del segundo año de ciencias

de la educación media, diversificada y profesional de la muestra de estudio, no presentan un nivel alto en el dominio de los formalismos matemáticos y en la identificación de las fases de resolución de problemas; además, no logran realizar el análisis e interpretación correcta de enunciados de problema. Existe relación lineal entre la identificación de las fases del método resolución de problemas y el Dominio de los formalismos matemáticos, la regresión de estas variables le permite concluir que para lograr resolver correctamente problemas en el área de geometría es necesario poseer un alto nivel de dominio de los formalismos matemáticos.

*Esta investigación se considera como antecedente porque al aplicar correctamente el método de resolución de problema, identificando las fases e interrelacionándolas, conduce conjuntamente con dominio adecuado de los formalismos a una vía de solución.*

Rico (1999), en su estudio describe como noción de organizadores para articular el diseño, desarrollo y evaluación de cada unidad didáctica, a los errores y las dificultades en el aprendizaje. Considerando como organizadores del currículo aquellos conocimientos que adoptamos como componente fundamental en el proceso educativo; ellos forman parte de la producción de los alumnos y constituyen datos objetivos que se encuentran permanentemente a lo largo de la enseñanza para lograr un correcto aprendizaje. Concluyendo que las producciones y respuesta incorrectas a las cuestiones que se plantean se consideran señales de serias deficiencias e incluso fracaso en el logro del objetivo. Transformando el análisis del error en el aprendizaje en una cuestión de permanente interés en la investigación

*Como antecedente este trabajo es de gran interés ya que, al analizar los errores como organizadores del currículo en la producción de nuevos conocimientos constituye datos objetivos para lograr un buen aprendizaje. Sin embargo el autor señala que la producción y respuestas incorrectas se consideran como señal de deficiencia y fracaso en el desarrollo de los objetivos.*

Socas (1997), determinó en su trabajo sobre "Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria", que las secuencias alternativas del currículo, donde éstas sean factibles, podrían cambiar la naturaleza y comprensión de los errores. Una buena propuesta de prevención y remedio comienza por parte del profesor con la aplicación de un mejor conocimiento hacia sus alumnos en su aprendizaje, aceptando que los errores más que indicadores del fracaso en Matemática, deben ser considerados como elementos que ayuden a su trabajo como docente, guiado

por el principio “Todo error puede ser el comienzo de un buen aprendizaje”. El autor explica las dificultades que enfrentan los alumnos cuando aprenden y en base a esto diseño una tipología para su diagnóstico y evaluación.

*Se toma como antecedente para este trabajo, pues se diseñó una tipología para el diagnóstico y evaluación del error, indicando cómo el alumno en el proceso de aprendizaje desafía serias dificultades, asimismo, presentó la propuesta de prevención y corrección en el aprendizaje por parte del docente quien debe aceptar el error como elemento primordial en su labor.*

## **2.- BASES TEÓRICAS**

A continuación se revisan algunas teorías que muestran ser relevantes por sus posibles aportes al estudio de los errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos.

### **2.1.- El Empirismo y el Constructivismo. Concepciones sobre la adquisición de Conocimientos y sus aportes a la Educación**

Lo primero que se debe tener claro es que el conocimiento es un producto de la actividad social que se produce, se mantiene y se difunde en los intercambios con los otros. Un individuo aislado no puede desarrollarse como ser humano, y los hombres y mujeres dependemos de los demás para la mayor parte de nuestras actividades.

Los conocimientos son producidos por los seres humanos y están acumulados de alguna forma en lo que puede llamarse la mente, pero se generan en los intercambios con los otros, se comunican a los otros y se perfeccionan en el comercio, en el proceso de compartirlos y contrastarlos con lo que piensan o saben hacer los demás. De esta observación aparece la idea más simple y obvia de cómo se adquiere conocimiento; podemos pensar que la mayor parte de la gente no produce conocimiento nuevo para la humanidad y se limita a utilizar conocimientos que otros ya tienen.

La palabra aprender que utilizamos habitualmente para referirnos a la adquisición de saberes y que proviene del latín “apprehendere”, transmite el proceso mediante el cual tomamos o nos apoderamos de lo que está ahí a nuestra disposición o lo que nos dan. Según este criterio, la actividad

educativa consiste en transmitir el conocimiento al alumno, quienes aprenden y quedan marcados, ya que, la mayoría serían puros consumidores de conocimientos y sólo algunos producirían. Esta teoría es muy acorde con el sentido común y parece explicar bien lo que sucede todos los días delante de nosotros cuando una persona aprende algo que resulta nuevo. Suposición que hace al conocimiento como hecho y terminado fuera del sujeto, que puede pasar a su mente, venir de otro o de la misma realidad el cual copiaría, y que sería mejor cuanto más fiel resulte la copia, concepción emparentada con el **empirismo** posición filosóficas dominante para explicar la formación del conocimiento (Delval, 2001).

La posición empirista ha inspirado a una buena parte de las posiciones que se mantienen dentro de la psicología para explicar la formación del conocimiento. Por ejemplo, a principios de nuestro siglo apareció el conductismo, que es una de las formas más extremas de traducción del empirismo en términos psicológicos, que aunque ha tenido limitaciones con el paso de los años continúa estando muy presente en la actualidad. El hecho de que sea una teoría que coincide con el sentido común ha contribuido a la pervivencia del empirismo. La educación fue influenciada por el conductismo ya que gran parte de las actuales teorías del aprendizaje se relacionan con el conductivismo.

El modelo conductista de la enseñanza generalmente se asocia con enseñanza tradicional y con enseñanza planificada basada en objetivos. Para el conductismo el aprendizaje es una caja negra donde lo que importa es relacionar los estímulos con las respuestas y no importan las variables intermedias. Para el Skinner el estudiante tiene que recorrer una serie de pasos que deben ser tan pequeños que siempre pueden darse sin mayor dificultad.

El suizo Jean Piaget (1932) propuso una forma alternativa sobre cómo se construye el conocimiento, propuso una explicación según la cual el conocimiento es el resultado de la interacción entre el sujeto y la realidad que lo rodea. Al actuar sobre la realidad va construyendo propiedades de ésta al mismo tiempo que construye su propia mente, por eso a esta posición se ha denominado el constructivismo; el sujeto partiendo de su experiencia tiene que construir tanto sus conocimientos y sus ideas sobre el mundo, como sus propios instrumentos de conocer. A lo largo de su desarrollo va pasando por una serie de estadios que, en definitiva, son distintas formas de interaccionar con la realidad. Esta es una posición que se sitúa entre el innatismo y el empirismo, pero que constituye una concepción original que supone una explicación diferente acerca de cómo se construye el conocimiento.

Piaget, Dewey y Kolhberg, son inspiradores de la primera corriente del modelo constructivista, que establece que la meta educativa es que cada individuo acceda, progresiva y secuencialmente a la etapa superior de su desarrollo intelectual de acuerdo con las necesidades particulares. El maestro debe crear un ambiente estimulante de experiencias que faciliten en el niño su acceso a las estructuras cognoscitivas de la etapa inmediatamente superior (Flórez, 1999).

En 1973 Jerome Bruner realiza una propuesta sobre aprendizaje por descubrimiento, segunda corriente del modelo constructivista, que se diferencia de la anterior en que se ocupa del contenido. Enfoque optimista, que asegura que cualquier contenido científico puede ser comprendido por los niños si se les enseña bien y se les traduce a su lengua (Flórez, 1999). Propuso que las experiencias de los niños se orientan para que construyan su propio conocimiento en las escuelas a través del descubrimiento de contenidos, propiciando el activismo y los experimentos dentro del aula.

Para David Ausubel (1983) el aprendizaje por descubrimiento era ventajoso, pero no estuvo de acuerdo en su aplicación irreflexiva, pues se requería de mucho tiempo para la realización de actividades. Pensaba que tanto el aprendizaje por recepción, derivado de una exposición como el aprendizaje por descubrimiento puede lograr en el alumno aprendizaje de calidad, que él llamó, **aprendizaje significativo**, o de baja calidad, a los que llamó memorísticos. Consideraba, además que el primero no implicaba una actitud pasiva del alumno, ni el segundo garantizaba la actividad cognitiva del alumno.

El aprendizaje significativo presenta las siguientes ventajas: Produce una retención duradera de la información, facilita el aprender nuevos conocimientos relacionados con los ya aprendidos en forma significativa, la nueva información es depositada en la memoria a largo plazo, es activo porque depende de la asimilación deliberada de las actividades del aprendizaje por parte del alumno y es personal porque la significación de los aprendizajes depende de los recursos de los alumnos. A pesar de estas ventajas, algunos estudiantes preferían el aprendizaje memorístico, pues está acostumbrado a que la mayoría de los profesores no evalúan otras competencias que no sea la del recuerdo de información y no verifican su comprensión.

El alumno aprende un contenido cualquiera, un concepto, una explicación de un fenómeno físico o social, un procedimiento para resolver determinado tipo de problemas, una norma de comportamiento, un valor a respetar, cuando es capaz de atribuirle un significado. ¿Cuándo se da una

construcción de significados en el alumno? Cuando este es capaz de establecer relaciones sustantivas y no arbitrarias entre lo que aprende y lo que ya sabe. En los términos de Piaget, podemos decir que los alumnos construyen significados cuando hay una asimilación del nuevo material de aprendizaje a los esquemas que ya posee.

Taba (1967) propuso que la enseñanza debe dirigirse a propiciar en los alumnos el pensamiento inductivo, planteando algunas estrategias y actividades secuenciales y estimuladas por el profesor mediante preguntas desafiantes formuladas en el momento oportuno. Este enfoque orienta la enseñanza y el currículo hacia las habilidades cognitivas, lo cual constituye una tercera corriente del modelo constructivista (Flórez, 1999).

Una cuarta corriente del modelo constructivista la constituye la social- cognitiva, basada en los principios de la psicología educativa de Vigostky, que propone el desarrollo máximo y multifacético de las capacidades e intereses del alumno. Éste desarrollo está influenciado por la sociedad, por la colectividad donde el trabajo productivo y la educación está íntimamente unidos para garantizar a los alumnos no sólo el desarrollo del espíritu colectivo, sino el conocimiento científico- técnico y fundamento de la práctica para la formación científica de las nuevas generaciones.

En resumen, a los distintos enfoques constructivistas se puede tomar la definición que presenta Carretero (1993) el constructivismo es la idea que sostiene que el individuo- tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos- no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia fiel de la realidad, sino una construcción del ser humano, que utiliza como instrumento para realizar dicha construcción los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea (Díaz y col. 1998).

El empirismo y el innatismo, siguen gozando de prestigio, periódicamente parecen renacer de sus cenizas, cuando estaban a punto de desaparecer, posiblemente porque se prestan bien para la explicación de ciertos tipos de fenómenos y porque contienen una parte de verdad. Efectivamente, el progreso de la ciencia ha llevado a descubrir nuevos hechos que Piaget desconocía; el descubrimiento de nuevos hechos y el perfeccionamiento de las teorías es una de característica del progreso en el

conocimiento científico, como nos muestra el progreso de la física, la ciencia que constituye el modelo de disciplina sólidamente establecida.

Las teorías antes descritas se consideran relevantes para el desarrollo de la presente investigación pues, el innatismo, el empirismo y las concepciones de Piaget (1936), Bruner (1973) y Ausubel (1983) precursores del constructivismo, constituyen una concepción original que supone una explicación diferente acerca de cómo se construye el conocimiento. Estos enfoques aseguran que cualquier contenido científico puede ser aprendido por los niños si se les enseña bien y se les traduce a su lenguaje, para luego producir nuevos conocimientos a través de descubrimiento. Sirviendo de base a la presente investigación se buscó darle protagonismo al error, la forma cómo se trabaja con él y su influencia en el aprendizaje

## **2.2.- La Teoría Epistemológica Bachelardiana y sus aportes al aprendizaje**

Una de las contribuciones fundamentales de la epistemología de Bachelard es la primacía conferida al error y a su rectificación, en la construcción del conocimiento científico (López,1996).

El error es entendido como necesario e intrínseco a conocimiento y justamente el concepto de obstáculo epistemológico es el que fundamenta la obligación de errar. Tiende a perturbar el proceso de ruptura entre el conocimiento común y el conocimiento científico, se acomoda a lo que ya conoce, busca la continuidad se opone a la rectificación.

Simultáneamente, para Bachelard, el error no es sólo una consecuencia inevitable de los límites humanos, sino la propia forma de construcción del progreso del saber científico. El error es uno de los tiempos de la dialéctica que, necesariamente, es preciso atravesar (Bachelard 1968, citado por Vazmonis dos Santos, 1990).

Los errores no son aislados, son solidarios a una estructura, de lo que se puede inferir que sólo pueden ser corregidos reconstruyendo todo el sistema y no automáticamente por la corrección parcial de sus partes.

La perspectiva epistemológica de Bachelard que asigna un carácter positivo y estructural al error implica una concepción innovadora al problema de la verdad. En efecto, para este autor no hay en

ciencias verdades iniciales y absolutas en ciencias. Por el contrario, sostiene que la verdad resulta de una superación continua y permanente de los errores en un proceso de aproximación creciente a la resolución de polémicas (Pesa, 2002).

### **2.3.- Definición de Error**

Tradicionalmente se ha concebido el error asociado a la enseñanza, como una diferencia entre lo que el profesor espera como respuesta del alumno y la que éste le suministra. Tomando en cuenta los aspectos analizados anteriormente, algunos de los investigadores han presentado definiciones para el error muy diferentes a la que plantea la enseñanza tradicional y conductista.

Para Piaget (1978) (citado por Macedo, 1994), existen dos sistemas cognitivos, el del hacer y el del comprender. En el sistema cognitivo del hacer está comprometida la construcción de medios y estrategias adecuadas para la solución de un problema propuesto. En este plano, se entiende que "equivocación" es no seguir resolver el problema. Si el objetivo del problema está claro para el alumno, un error de procedimientos o estrategias en la búsqueda de la solución puede llevarlo a otra situación inicial necesitó ser alterada, corregida o perfeccionada. De allí la importancia del error, pues es con el error que el alumno va buscando el resultado correcto. Por su parte el sistema comprensivo es el plano de la razón, de las estructuras, de la conciencia, de los medios y de las causas que producen un determinado acontecimiento. En este plano, el error es una contradicción conflicto o falla en la teoría (hipótesis) que explica determinados fenómenos

Rico (1995), coincidiendo con Piaget, considera que el error es "una posibilidad permanente de adquisición y consolidación del conocimiento y puede llegar a formar parte del conocimiento científico que emplean las personas a los colectivos".

Es importante señalar que Bachelard, (1985) (citado por Astolfi y coll, 1997), el error aparece como la huella de una auténtica actividad intelectual, actividad que evita la reproducción estereotipada y guiada con estrechez, como acompañante de una verdadera elaboración mental. Si bien Bachelard alerta sobre el hecho de que los errores de los alumnos son los indicadores de los obstáculos que se resisten y que se tiende a subestimar, Piaget insistía, por su parte, en que no se puede quemar etapas. La idea de obstáculo se sustituye en este autor por la de "esquema", que son los instrumentos de lo que dispone el individuo para comprender y para interpretar la realidad exterior.

Por su parte, Socas (1997) afirma que "el error es la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el alumno y no solamente una consecuencia de una falta específica de conocimiento o despiste".

Según Pesa (2002), es importante resaltar que Gastón Bachelard hace ya más de cincuenta años que explicaba que "se conoce en contra de un conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal hechos, superando lo que en la mente hace de obstáculo". Algunas de sus expresiones más resaltantes son:

"No hay verdad sin error rectificado".

"Al volver sobre un pasado de errores, se encuentra la verdad en un arrepentimiento intelectual verdadero".

"Una psicología sobre la actitud objetiva es una historia de nuestros errores personales".

"La esencia misma de la reflexión está en comprender que no habíamos comprendido".

"El error sólo es reconocible a posteriori. Es el pasado de la razón que vuelve sobre si misma para juzgarse"

"El hombre reflexivo es como un zurdo contrario".

Para poder llegar a evitar los errores se debería conocer de antemano y en profundidad lo que precisamente, se esta aprendiendo con tanto esfuerzo. Bachelard, añade, que la mente sólo puede "Formase reformándose" y que la escuela es "la excepción al funcionamiento cerebral" por tanto el error aparece en esta condiciones como la huella de una auténtica actividad intelectual, actividad que evita la reproducción estereotipada y guiada con estrechez, como acompañante de una verdadera elaboración mental.

#### **2.4.- El papel del error en la construcción del conocimiento**

No existe un verdadero aprendizaje sin comprobar en un entorno nuevo, las herramientas que han resultado operativas pero que sólo se han aplicado en un campo de trabajo. Este tipo de ejercicio es arriesgado, por la falta de un conocimiento preciso de los límites de validez de las reglas o de la ley, y por no saber clasificar los casos particulares y las excepciones; es lo que ocurre en cualquier actividad

de transferencia. Sobre este tema muchos autores señalan que la transferencia no se hace después del aprendizaje, no es posterior al trabajo didáctico, sino que debe formar parte de este trabajo.

Según (Tonucci, 1983 citado por Astolfi, 1999), en estas condiciones, muchos de los errores cometidos en situaciones didácticas deben ser considerados como momentos creativos de los alumnos, fuera de una norma que aún no ha sido interiorizada.

Ruiz (1999), resalta la importancia de enfrentar situaciones-problemas, complejas, asegurando que el aprendizaje no va de lo simple a lo complejo como en la educación programada, sino más bien de lo complejo a lo simple. Para ello se apoya en Bouvier y en Labinowicz, el primero afirma que la complejidad es lo que confiere significado y sostiene que es imprescindible evitar las situaciones que sean demasiados simples, porque favorecen la acción automática y poco creativa; y añade, que se debe entrenar a los alumnos en la resolución de problemas y en el análisis crítico de situaciones complejas que no se presten a tratamientos automáticos. El segundo por su parte, afirma que al desmenuzar en pequeños pasos el aprendizaje se niega a los niños el derecho a equivocarse y a construir su comprensión propia, con lo que se da un sentido trivial a la matemática misma. Esto no implica que la estrategia pedagógica deba fundamentarse en el hacer cosas difíciles.

En concordancia con lo expuesto anteriormente, Ahumada (1997) considera que el tercero, de cinco principios propios de un enfoque constructivista del aprendizaje, establece que "debe considerarse al error como una posibilidad de autovaloración de los programas en el aprendizaje y de necesaria reflexión para continuar avanzando en su obtención" Este principio expresa que no es conveniente que continuemos penalizando los errores, sino que a partir de ellos se debe incentivar al alumno a lograr los distintos aprendizajes que se proponen.

Pessoa (1997) analiza el papel que desempeña el error en el proceso de construcción del conocimiento, asegura que la situación más difícil para el profesor es trabajar con el error de sus alumnos transformándolo en situaciones de aprendizaje, debido a que tiene un compromiso pedagógico con la enseñanza de una ciencia. En el compromiso de enseñar correctamente, el error nunca debería aparecer y cuando esto ocurre, debe ser corregido inmediatamente para dejar claro lo que es correcto y lo que está errado.

El docente sabe que el alumno se equivoca y a pesar de ser corregidos continúan equivocándose. Sobre esto, asegura Macedo (1994), que cuando se toma la actitud de corregir inmediatamente un

error, aunque esta corrección este acompañada de una corrección formal del por qué, se está suponiendo que el error puede ser borrado, como si existiese una "goma" y una borrado o corregido, él nunca más se repetirá. Refiere la autora, que el error del alumno casi siempre expresa su pensamiento, que tiene por base otro sistema de referencia que para él es bastante coherente.

Además afirma que en una enseñanza comprometida con el proceso de construcción del conocimiento, es necesario entender mejor por qué los alumnos se equivocan y a pesar de no aceptar el error y tampoco ignorarlo, se debe trabajar con él, transformándolo en situaciones de aprendizaje. Para ello se debe partir de la explicación del alumno, procurando entender sus estructuras de pensamiento y, a través de preguntas que lo lleven a conflictos cognitivos o dándole nuevos conocimientos, se crean condiciones para que él mismo pueda superar su error.

### **2.5.- Teoría de las situaciones didácticas de Guy Broousseau**

En Francia, los institutos de investigación de las matemáticas (IREM) desempeña un rol preponderante en la evolución de las didácticas de las matemáticas, conformando equipos multidisciplinares dedicados a estudiar el fenómeno provocado en la enseñanza y el aprendizaje para buscarle una explicación.

Según (Balacheff, 1991 citado por Gómez, 1993) se consideraron fundamentalmente las relaciones existentes entre dos hipótesis: una epistemológica y una constructivista, dos restricciones: la matemática como conocimiento social y la clase como comunidad, y un problema: la responsabilidad de la validez de las soluciones dadas a los problemas planteados.

Afirma Balacheff, que el punto de partida lo constituye la hipótesis constructivista, donde el alumno construye su propio conocimiento a partir de un conflicto cognitivo en relación a su entorno. La hipótesis epistemológica sugiere que los problemas son fuente de conocimiento, y por consiguiente el aprendizaje de los alumnos debe producirse por el reconocimiento y la reconstrucción de los problemas, para ello se requiere la responsabilidad de la solución, por parte del alumno y que su actitud intelectual sea el producto de esta y no para satisfacer lo que el cree que son condiciones impuestas por el profesor.

De acuerdo a esta teoría, el alumno aprende por medio de su adaptación a un medio que genera contradicciones, dificultades y desequilibrios, tal y como ocurre en la sociedad. Este conocimiento, se manifiesta a través de nuevas respuestas que evidencian el aprendizaje. La tarea del profesor entonces es organizar dicho entorno de tal forma que la adaptación resulte en el desarrollo por parte del alumno del conocimiento deseado. Según la teoría Brousseau, el aprendizaje en matemática y la ciencia se adquiere a través de saltos y no de forma continua y son precisamente los obstáculos quienes se oponen a tales saltos (Sierpinska, 1992). Los alumnos tienen unas concepciones iniciales y el propósito de la enseñanza es que se generen unas concepciones resultantes, para lo cual se requiere de un proceso didáctico, en cuyo diseño y control está la esencia del problema, lo cual se logra a través de problemas que se desarrollan dentro de un contexto social, cuyas reglas (implícitas y explícitas) constituyen lo que él denomina contrato didáctico. En esta interacción tiene lugar diversas situaciones didácticas y es a través de ellas que se valida la solución del problema y se construye el conocimiento personal del alumno, que puede tener carácter de herramienta o de conocimiento que debe ser retenido, en cuyo caso se hace necesaria su institucionalización dentro de un proceso de evolución hacia el conocimiento cultural (Balachef, 1990, citado por Sierpinska, 1999).

Un obstáculo, señala Brousseau (1997), se manifiesta por errores que no son debidos al azar, sino que son reproducibles y persistentes. Además, los errores cometidos por el mismo sujeto están interconectados por una fuente común: una manera de conocer, una concepción característica, coherente si no correcta, un "conocimiento" antiguo que ha sido exitoso en todo un dominio de acciones. Estos errores no son necesariamente explicables. Ocurre que no desaparecen completamente de una sola vez; se resisten, persisten, luego reaparecen, se manifiestan mucho tiempo después de que el sujeto ha rechazado el modelo defectuoso de su sistema cognitivo consciente. El obstáculo es de la misma naturaleza del conocimiento, con objetos, relaciones, métodos de aprehensión, predicciones, con evidencias, consecuencias olvidadas, ramificaciones imprevistas, entre otros. Resistirá el rechazo e intentará adaptarse localmente, modificarse al menor costo, optimarse en un campo reducido, siguiendo un proceso bien conocido de acomodación.

### **2.5.1.- Los Obstáculos**

El término obstáculo epistemológico fue utilizado por primera vez por el filósofo francés Gastón Bachelard referido al dominio de las ciencias experimentales en general y de la Física en particular.

Quiroz (1991) nos dice que uno de los obstáculos es la característica del contenido mismo en términos de su significación para los estudiantes. Es decir, que el contenido académico no puede servir como guía práctica de la gente común, sino satisface el interés, curiosidad del estudiante y si no es requerimiento de algún ambiente social. Como consecuencia el alumno aprende de forma puramente memorística siendo capaz de repetirlo o utilizar el material de aprendizaje sin entender lo que esta diciendo o lo que esta haciendo.

Asegura Brousseau (1997) que los trabajos de Bachelard (1938) y Piaget (1975) muestran que los errores y los fracasos no juegan el papel simplificado que se quiera asignarles. Los errores no son solamente el efecto de la ignorancia, de la inseguridad o el azar, como se cree en las teorías empiristas y conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior que era interesante y exitoso, pero que ahora se revela como falso o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son erráticos e inesperados, ellos constituyen obstáculos.

El aprendizaje por adaptación al medio implica necesariamente rupturas cognitivas, acomodaciones, cambios de modelos implícitos (concepciones). Si se obliga a un alumno a un grupo a una progresión paso a paso, el mismo principio de adaptación puede contrariar el rechazo, necesario de un conocimiento inadecuado. Las ideas transitorias resistentes y persistentes. Estas rupturas pueden ser previstas por el estudio directo de las situaciones y por el indirecto de los comportamientos de los alumnos.

### **2.5.2.- Errores de los alumnos**

Un error es una señal de que algo no marcha bien y aunque su presencia al término del aprendizaje no es deseable, puede resultar el desencadenante de un fructífero proceso que conduzca a indagar sus causas y elaborar recursos para combatirlo.

Señala Brousseau, (2001) que el estudio de los errores debe centrarse en las condiciones en las cuales un error se produce y en sus consecuencias para el alumno y para sus conocimientos y no sólo en el alumno que lo produce.

El método de análisis de los errores de Brousseau tanto en la adidactica como la didactica, está basado en el estudio de las siguientes características:

- El error estará vinculado a una situación precisa,
- Tendrá un autor que estará comprometido con la acción,
- Existencia de un conocimiento correcto que le opone alternativas y recibirá cierto tipo de corrección.

En la situación más general: la situación adidáctica de la acción, el error es una decisión tal que el alumno:

1. Se encuentra en condiciones de identificarla (tiene un metaconocimiento para describirla y puede pensar en otras elecciones que hubiera podido realizar efectivamente).
2. Percibe una relación causal entre su elección y el efecto observado, por lo que se aplica a una clase más amplia de situaciones, en consecuencia debe proponer indicios que hubieran permitido al sujeto preferir una buena elección respecto de una "mala".
3. Supone que puede prevenir la repetición del error al integrar a su repertorio de conocimientos, los medios convenientes de anticipación. Por ende, se considera al error como la oportunidad de un aprendizaje.
4. En el desarrollo de una nueva situación, el alumno puede en la mayoría de los casos, retomar su decisión o corregir su error o sus consecuencias. En caso contrario, se utilizará el término "fracaso" (de la acción).

En esta perspectiva, un error debe estar referido a un momento preciso de una situación y a un conocimiento que permiten concebirlo, así como a su autor.

En la Teoría de las Situaciones Didácticas, las características del autor del error (físicas, psicológicas, sociológicas, escolares) pasan a un segundo plano. El análisis inicial supone que el autor es un sujeto epistémico cualquiera.

Tales situaciones adidácticas, en el ambiente universitario, se corresponden con el planteamiento de situaciones problemáticas que deben cumplir con dos condiciones primordiales: una, deben ser importantes para el alumno para que éste se vea motivado a trabajar en ellas; dos, deben un nivel de complejidad de modo que permitan al alumno ir utilizando estrategias que al ser contrastadas con los

medios necesarios y suministrados de validación, le permitan percatarse de si ha cometido un error o no, que al superarlo habrá provocado un aprendizaje.

El aspecto más relevante de esta definición es que considera que el alumno debe estar comprometido con su trabajo como parte del aprendizaje, si no es así no tiene caso hablar sobre su error.

### **2.5.3.- Diferencias entre error, falta y fracaso**

Un error es una decisión que puede ser retomada al ser corregida en el curso de una misma acción, en tanto que un fracaso es el resultado negativo de una decisión o de un conjunto de decisiones que no pueden ser retomadas en dichas situaciones.

Una falta es un error dirigido contra una regla perfectamente conocida por aquel que la comete, lo que permite que le sea reprocha, o contra una obligación acordada con un actuante con quien se interactúa. Una falta es un error en la relación con un responsable o un contralor. La falta comprende un componente "moral".

Reconocer un error implica que se deben reconocer las relaciones de este con sus consecuencias, y en partícula, las relaciones de éste con el fracaso de un proyecto. En el transcurso de la enseñanza, la separación de la responsabilidad esa entre el profesor y el alumno se encuentra siempre en evolución, de manera que el status de los errores puede modificarse sin que lo sepan los actores.

Esta didáctica de los status del error entre "ensayo", "error", "fracaso en un ejercicio", "fracaso de un aprendizaje", "falta", etc., es evidentemente una característica de los procesos didácticos y no es vivida por el alumno sino por una interiorización de los criterios de su entorno.

### **2.5.4.- Utilidad y necesidad del error en la acción y en el aprendizaje**

En la enseñanza al igual que en la vida cotidiana, el error es esencialmente percibido como negativo; es decepcionante y costoso y es tomado como un indicio de fracaso. Los conocimientos y técnicas se desarrollan y se enseñan con la finalidad de evitar los errores. La enseñanza clásica se esforzaba para eliminar el error en los componentes de la actividad de los alumnos y de los docentes (Brousseau, 2001).

Para Brousseau, los errores son una barrera para el aprendizaje y la enseñanza en un cierto número de casos previstos en la Teoría de las Situaciones Didácticas:

- Cuando son tan numerosos y variados o tan complejos para su rectificación que frenan a tal punto la acción que la hace imposible y fracasa; ello se produce cuando el problema es demasiado complejo para el repertorio de los alumnos, o cuando ese repertorio, insuficientemente ejercitado, es poco fiable para el alumno, o también cuando el profesor agrava el tratamiento de esos errores con reproches, explicaciones, correcciones y ejercicios excesivos.
- Cuando persisten, bien sea en un mismo alumno o simplemente en el curso de manera más o menos esporádicas.
- Cuando desaniman al alumno o al profesor.

#### **2.5.5.-Tipología según los conocimientos en acción. Obstáculos ontogénicos y Epistemológicos**

En el área de las ciencias y la matemática, cada error es específico de un problema y de un conocimiento. No existe ninguna razón para creer, a priori, que un alumno que aprende a evitar un error en el uso de un cálculo o de un algoritmo, va a aprender naturalmente a evitar otro error en ese mismo algoritmo o "el mismo" en cualquier otro". El medio para identificar semejanzas entre los errores, es la propia organización de las matemáticas y finalmente, su razón de ser, se supone que la rectificación e la comprensión de un teorema repercute en la comprensión de sus realizaciones, de sus aplicaciones y de sus consecuencias (lo que no es ya tan evidente) y no se aplica sino a ellas. Todas las generalizaciones exógenas son azarosas y fuentes potenciales de nuevos errores. No existe más tratamiento universal del error que el del conocimiento universal. Brousseau (2001)

Ciertos errores pueden ser producidos por el uso de conocimientos "correctos" o, por lo menos, legítimo, que se comportan, no obstante, como "obstáculos ontogenéticos, epistemológicos o didácticos". Por ejemplo, la comprensión elemental de las operaciones en los números naturales, implica conocimientos particulares (la multiplicación es una adición repetida del mismo número, genera un resultado más grande que los números multiplicados). Pero en el aprendizaje de los decimales, estos conocimientos se vuelven falsos e inadecuados, sin que el alumno lo sospeche. Este

hecho produce dificultades y errores repetidos, resistentes, hasta el momento en que el obstáculo constituido por esta primera forma de conocimiento es destruido. La Teoría de las Situaciones Didácticas ha revelado que en las ciencias ciertos conocimientos pueden crear obstáculos epistemológicos. El orden en el cual se efectúa el primer encuentro con los conocimientos, en el desarrollo del niño, no puede confundirse con una introducción completamente axiomatizada. Las situaciones encontradas son resueltas, pero por procedimientos provisionales sostenidos por conocimientos "falsos". Estos conocimientos se constituyen en obstáculos ontogenéticos al desarrollo.

Para tratar el error, sea por parte del profesor, del alumno o del entorno, es necesario atribuirle un status y un origen. En didáctica, no se toman en cuenta esencialmente sino los errores de buena fe, aquellos respecto de los cuales se supone que el alumno los ha producido al atribuirles un sentido y que por consiguiente, son para él pensamientos correctos. Lo mismo ocurre con los errores didácticos del profesor.

No basta observar la diferencia entre lo deseado y lo obtenido para atribuir a esa diferencia el status de error. Debe poderse explicar la decisión crítica por una causa distinta a la ignorancia o a la mala fe de los actores. Apoyándose en el conocimiento de los propios procesos y no sólo en opiniones o en inferencias arriesgadas, es necesario sugerir explicaciones y alternativas

#### **2.5.6.- Tipología de errores asociados a la actividad Matemática**

Para Brousseau (2001) en su análisis del profesor se sitúa al error, en primer lugar, a un nivel práctico, considerando las siguientes características:

- Error en la tarea.
- Error de técnica: el profesor puede criticar la puesta en obra, la ejecución, de un modo operativo conocido.
- Error de tecnología: el profesor critica la elección de la técnica.
- Error de nivel teórico: el profesor atribuye los conocimientos teóricos del alumno que sirven de base a la tecnología y a las técnicas asociadas.

Este último nivel es muy utilizado por los profesores, pues identifican al error con una falta de conocimiento, por supuesto, de los conocimientos del programa y se vuelven a lanzar en un proyecto de enseñanza ya familiar. Esta estrategia didáctica tiene sus ventajas, pero puede llevar a bloqueos cuando el diagnóstico del profesor es falso o a una nueva enseñanza que no permite modificar las respuestas del alumno. Por ejemplo, si los alumnos orientan la solución de problema utilizando esencialmente sus "conocimientos" (sus modelos implícitos o espontáneos, y si el profesor repite la solución formal y solamente sus relaciones "formales" con los conocimientos enseñados, lo que está explicitando, sin modificar los modelos implícitos, el error se reproduce y la corrección insuficiente también. El alumno sigue su curso, comprende la solución, pero no "encuentra nada" ante los nuevos problemas.

### **2.5.7.- Características de los errores en Matemáticas**

En didáctica de las matemáticas, según Brousseau,(2001) los errores son:

- **Específicos de un conocimiento y/o de una situación matemática, más o menos general:** inherentes al proceso de aprendizaje, en el sentido de que no existe aprendizaje sino el ejercicio de decisiones tomadas por el sujeto en situaciones de riesgo a las cuales debe adaptarse.
- **Inherentes a la docencia:** para suscitar su actividad matemática, es necesario colocar al alumno en situaciones problemáticas. Aún en un ejercicio repetitivo, debe existir un riesgo de error, así sea éste mínimo: de otra forma, proponerlo no sirve para el aprendizaje. Así, cuando el error se produce, no se trata de una falta, sino de un accidente normal para el alumno, en respuesta a una "provocación" legítima por parte del maestro. El profesor debe combinar un nivel de riesgo de error soportable y una probabilidad suficiente de aprovecharlo. Alejarse del equilibrio no puede sino contrariar el aprendizaje.
- **Útiles:** A menudo se pueden aprovechar sus lecciones, no sólo para el que los comete, sino también para los que se percatan de que hubiesen podido cometerlos.
- **La mayoría son fugaces para el alumno:** los olvida cuando han jugado su papel. Además, no existe interés en recordar quien ha cometido el error. Sólo los errores persistentes merecen su atención.

- **Los errores no son sino colectivos, o por lo menos comunes, y epistémicos.** El profesor trata el error y las colectividades de alumnos que lo producen, pero no los individuos.
- **Deben ser claros para los demás alumnos:** es decir reconocibles y formulables para ellos, debe ser esperado en otras ocasiones para poder someterlos y por consiguiente evitarlos y si es posible rectificarlos.

## **2.6.- Categorización o tipologías de errores**

A continuación se presentan siete tipologías que se han desarrollado para clasificar el error; tanto en el sentido general de las ciencias, como en el sentido particular de las matemáticas. Las primeras dos tipologías corresponden a Radatz (1979) y a Movshovitz-Hardar, Zaslavsky & Inbar (1987); que aparecen, entre otras, en un trabajo desarrollado por Rico (1995) sobre los "Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas". La tercera tipología corresponde Esteley-Villarreal (1996) quienes realizaron una categoría de errores en matemática; la cuarta por Azcárate (1996); la quinta que corresponde a Socas (1997), quien diseña su propia tipología para los errores de matemáticas a nivel secundario. Además se presenta una tipología de errores muy general, desarrollada por el físico Astolfi (1999), en el campo de las ciencias y por último, la de Saucedo-Iaffei-Scaglia (2002) quienes realizaron una clasificación de errores basada en la clasificación empírica de Mosvshovitz-Hadar-Zaslavsky.

### **2.6.1. Errores según Radatz**

(Radatz 1979 citado por Rico, 1995) afirma que hay una pluralidad de aproximaciones teóricas y de intentos de explicación acerca de las causas de los errores de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de la matemática. Señaló varias razones por las que el estudio de errores y la necesidad de un marco teórico de explicación son importantes. Entre ellas: las reformas sucesivas del currículo de matemático probablemente no han conducido a nuevos errores, pero con seguridad han surgido nuevos, debido a los contenidos específicos, la individualización y diferenciación de la instrucción matemática que requiere de una gran destreza en el diagnóstico de dificultades específicas.

Radatz ofrece una taxonomía para clasificar los errores a partir del procesamiento de la información, indicando categorías generales para este análisis:

- a) **Errores debido a dificultades de lenguaje.** Son originados del mal uso y términos matemáticos. El aprendizaje de conceptos, símbolos y vocabulario matemáticos es para muchos alumnos un problema similar al aprendizaje de una lengua extranjera.
- b) **Errores debido a dificultades para obtener información espacial.** Las diferencias individuales en la capacidad para pensar mediante imágenes espaciales o visuales es una fuente de dificultades en la realización de tareas para los alumnos.
- c) **Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.** Incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Se originan por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos y procedimientos.
- d) **Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento.** La experiencia previa que se tenga en la resolución de problemas similares puede producir rigidez en el modo habitual de pensamiento y una falta de flexibilidad para codificar y decodificar nueva información. Estos son causados por la incapacidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas. Y dentro de esta encontramos un subgrupo de errores:
  - Errores por perseveración, donde predominan elementos singulares de una tarea o problema.
  - Errores de asociación, contienen razonamientos o asociaciones incorrectas entre elementos singulares.
  - Errores de interferencia, ocurre cuando operaciones o conceptos diferentes interfieren con otros.
  - Errores de asimilación, estos surgen por una audición incorrecta que conlleva a faltas en la lectura o escritura.
  - Errores de transferencia negativa a partir de tareas previas. Ocurre cuando en la resolución de un problema se toma una estrategia errónea.
- e) **Errores debidos a la aplicación de reglas de estrategias irrelevantes.** Estos surgen con regularidad por aplicar con éxito reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes.

### **2.6.2.- Errores en matemática según Movshovitz–Hardar -Zaslavksy e Inbar**

(Movshovitz-Hardar, Zaslavksy e Inbar 1987 citados por Rico 1995), hicieron una clasificación empírica de errores cometidos por los alumnos de secundaria en Matemática, a saber:

- a) **Datos mal utilizados.** Errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos y el tratamiento que le da el alumno, esto puede estar dado porque añaden datos extraños; se olvida algún dato necesario para la solución; se contesta a algo que no es necesario, o se hace una lectura incorrecta del enunciado.
- b) **Interpretación incorrecta del lenguaje.** Son errores debidos a una traducción incorrecta rehechos matemáticos descritos en un lenguaje simbólico distinto.
- c) **Inferencias no válidas lógicamente.** Estos errores tienen que ver con fallas en el razonamiento y no se deben al contenido específico.
- d) **Teoremas o definiciones deformados.** Se producen por deformación de un principio, regla, teorema o definición identificable.
- e) **Falta de verificación en la solución.** Se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada.
- f) **Errores técnicos.** En esta categoría se incluyen los errores de cálculo, al tomar datos de una tabla, en la manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos.

### **2.6.3.- Errores según Esteley-Villareal**

Esteley-Villareal (1996) realizaron una categoría de errores en matemática, como sigue:

- a) Errores al operar con números reales en cálculos, planteo y resolución de ecuaciones.
- b) No empleo o uso parcial de la información.
- c) No verificación de resultados parciales o totales que se manifiesta en: desconexión entre lo analítico y lo gráfico, respuestas consecutivas incoherentes entre sí y no comprobación de que los resultados obtenidos satisfacen la o las ecuaciones originales.

- d) Empleo incorrecto de propiedades y definiciones (de números o funciones).
- e) No verificación de condiciones de aplicabilidad de teoremas, definiciones, en un caso particular.
- f) Deducción incorrecta de información o inventar datos a partir de la dada.
- g) Errores de lógica: justificaciones inadecuadas de proposiciones y uso inadecuado del lenguaje.
- h) Errores al transcribir un ejercicio a la hoja de trabajo.

#### **2.6.4.- Errores según Azcárate**

Azcárate (1996) realizó un trabajo acerca del concepto de derivada con alumnos entre 16 y 22 años y de la cual planteó la siguiente clasificación de los errores encontrados:

- a) **Errores estructurales:** relacionados con los conceptos esenciales implicados.
- b) **No verificación de condiciones de aplicabilidad de teoremas, definiciones, entre otros, en un caso particular.**
- c) **Errores ejecutivos.** Estos son errores en la manipulación, si bien los conceptos implicados pueden ser comprendidos.

#### **2.6.5. Errores según Socas**

Para Socas (1997), los errores en el aprendizaje de las matemáticas se deben a ciertas dificultades que se pueden agrupar de la siguiente manera:

- a) **Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos:** Esta complejidad está vinculada con: la comunicación escrita a través de símbolos que origina conflictos con el lenguaje habitual por ejemplo, la palabra raíz; y con las palabras propias de la matemática que son frecuentemente mal entendidas, por ejemplo, la palabra divisor.

- b) **Dificultades asociadas a los procesos del pensamiento matemático:** el aspecto deductivo formal, el pensamiento lógico debe estar presente en todas las actividades matemáticas y la existencia de una "Lógica escolar" donde el alumno se pregunta: ¿qué espera el profesor que yo haga? Y una "Lógica social" que cuando el contexto escogido para plantear un problema es absurdo, dificulta el verdadero sentido de los objetos matemáticos. Por ejemplo: La petición concebida como conjuntos de intersección vacía es la "lógica social" que se una para clasificar; para el artesano una baldosa cuadrada no es rectangular, sin embargo, en el lenguaje matemático un cuadrado es un rectángulo.
- c) **Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas:** relacionadas con la institución escolar que influye en los elementos espacio-tiempo y en la formación de clases homogéneas o heterogéneas de acuerdo con sus habilidades matemáticas; la organización curricular en matemáticas que decide sobre la necesidad de los contenidos anteriores, el nivel de abstracción requerido, la naturaleza lógica de las matemáticas y las habilidades necesarias para desarrollar capacidades matemáticas; los métodos de enseñanza que inciden en el lenguaje adaptado al nivel del alumno, en la secuencia de las unidades de aprendizaje adaptadas a la lógica de las matemáticas, el respeto de las individualidades y sobre los recursos y representaciones adecuadas.
- d) **Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo del alumno:** relacionadas con el enfoque jerárquico de los contenidos, el enfoque evolutivo, el estructuralista, el constructivista, entre otras.
- e) **Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas:** a los alumnos no les gustan las matemáticas y tienen sentimientos de tensión y miedo hacia ellas.

Tomando en cuenta estas dificultades los errores que se presentan en el aprendizaje de las matemáticas en el nivel secundario de acuerdo con su origen se clasifican en:

- a) **Errores que tienen su origen en un obstáculo.** Según Bachelard, los obstáculos surgen por:
  - i) las tendencias a confiar en engañosas experiencias intuitivas, ii) la tendencia a generalizar que puede ocultar la particularidad de la situación y iii) el lenguaje natural.

- b) **Errores que tienen su origen en la ausencia de sentido.** Están asociados a la complejidad de los objetos matemáticos. Las representaciones en matemáticas pasan por tres estudios: semiótico, estructural y autónomo, por ello los errores de este origen se pueden diferenciar en tres etapas:
- Errores del algebra que tienen su origen en la aritmética.
  - Errores de procedimiento que se derivan del uso inapropiado que hacen los alumnos de las fórmulas o de las reglas de procedimiento.
  - Errores de álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico.

#### **2.6.6.- Errores según Astolfi**

Astolfi (1999), establece una tipología que constituye una perspectiva general de los errores, que pretende romper con las categorías tradicionales adoptadas para hablar sobre ellos. Plantea que esta clasificación puede utilizarse como una lista de chequeo ante la aparición de un error.

- a) **Errores debidos a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas.** Estos errores están relacionados con las dificultades de lectura de los enunciados de problemas y de textos escolares, se dan en la medida en que los términos empleados para introducir ejercicios y problemas no son tan transparentes como se cree y está relacionado con la dificultad que tienen los alumnos para comprender las instrucciones de trabajo que se le dan, ya sea en forma oral o escrita. Afirma el autor que la comprensión del léxico de cada disciplina está sembrada de "emboscadas".
- b) **Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas.** Los primeros, son los errores del alumno que provienen de la puesta en práctica de algunas reglas cotidianas y esenciales para resolver problemas, que han sido interiorizadas por éste a lo largo de los años en su oficio de ser alumno y que nunca le fueron enseñadas. Los segundos, errores debido a una mala interpretación de las expectativas, ocurren cuando el alumno decodifica las expectativas implícitas en los profesores con dudas intentan adaptarse a ellas. El autor explica que las razones de estas dificultades son: 1) porque las preguntas son más claras para el que lee, quien se pregunta qué debe responder y cómo ¿mi respuesta debe ser breve o extensa, será una respuesta

sencilla y memorizada o construida y original? 2) Muchos alumnos no saben qué significa analizar, indicar, explicar, interpretar, concluir. Por otro lado, existe vocabulario que es común a diversas disciplinas. El alumno se pregunta: ¿qué tienen en común una función digestiva, una función afín y una función gramatical? 3) No todas las preguntas se representan al alumno en forma interrogativa, por ello, duda, se pregunta sobre aquellas redactadas en forma de sentencia, en ocasiones no logra descubrir cuál es la pregunta y, en otras, ni siquiera descubre que hay más de una pregunta.

- c) **Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos.** Estos errores están relacionados con los obstáculos. Didácticamente no se toman en cuenta estas representaciones que están estructuradas en forma subyacente por obstáculos epistemológicos, ellas vienen a cohabitar con conocimientos escolares que quedan como adquisiciones superficiales. Comprenderle significado profundo de estas representaciones es indispensables para el status que se le da a ciertos errores de los alumnos.
- d) **Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas.** Estos errores se deben a la dificultad que tienen los alumnos para entender los aspectos implícitos en la situación y están relacionados con la diversidad de las operaciones intelectuales que deben utilizarse para resolver problemas que, aparentemente, están al alcance de los alumnos y que, normalmente, el docente considera que estos problemas son equivalentes. La dificultad que reside en la construcción de la suma y la diferencia es un ejemplo. Si a un alumno se le pide el resultado de sumar  $7+5$ , encontrará la respuesta rápidamente. Pero, si se le pide determinar la cantidad que se tenía después de restar 5 obtener como resultado 7; a menudo, el alumno no sabe construir la respuesta  $7+5=12$ .
- e) **Errores debidos a los procesos adoptados.** Son los que se evidencia en todos los procedimientos posibles que utiliza el alumno para dar respuesta a una pregunta y el enseñante espera una respuesta muy precisa. Al docente le sorprende la tremenda variedad de estrategias de solución que ponen en práctica "espontáneamente" los alumnos para obtener la solución de un problema. Las propuestas dadas por el alumno se consideran erróneas, en una clase, cuando se apartan del método-tipo que se ha imaginado. En vez de juzgarla como erróneas se deberían dejar expresar en lo colectivo de la clase y proponer que se apliquen sucesivamente diversas ideas hasta llegar a la solución correcta.

- f) **Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad.** Están relacionados con el hecho de que la capacidad de retener en memoria la información es limitada. El exceso de palabras en la escuela sigue afectando a los errores, a las confusiones y a los olvidos de los alumnos. Sería sensato efectuar una selección de los contenidos que se van a enseñar hasta llegar a lo esencial, lo cual no quiere decir hacer una sustracción resignada. A pesar de que la memoria tenga sus límites, se dispone de recursos en los que apoyarse para construir una "trama semántica".
  
- g) **Errores que tiene su origen en otra disciplina.** Estos se derivan de la transferencia de otras disciplinas que se exige para dar respuesta a una pregunta. El problema de la transferencia al igual que el de la motivación, es la falta de un marco teórico sólido al que referir la práctica, es decir, muchas veces la solución de los problemas se deja en "realidad" al uso del sentido común.
  
- h) **Errores causados por la complejidad del contenido.** Estos errores tienen su origen en la complejidad propia de la enseñanza, la cual no siempre es percibida como tal en el análisis habitual de las disciplinas ni de las programaciones. Este tipo de errores podría repercutir en las categorías precedentes. El análisis de este tipo de errores es típico de trabajo propiamente didáctico, que consiste en poner en cuestionamiento los contenidos teóricos y prácticos de la enseñanza, así como a los métodos y procedimientos que habitualmente se ponen en juego.

**TABLA N° 1**  
**Tipología de errores de Astolfi**

NATURALEZA DEL DIAGNÓSTICO	MEDIACIONES Y REMEDIO
1. Errores debidos a la redacción comprensión de las instrucciones de trabajo dadas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Análisis de la legibilidad de los textos escolares.</li> <li>➤ Trabajo sobre la comprensión, la selección y la formulación de las instrucciones</li> </ul>
2. Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Análisis del modelo y de los hábitos didácticos en vigor.</li> <li>➤ Trabajo crítico sobre las expectativas.</li> </ul>
3. Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Análisis de las representaciones y de los obstáculos subyacentes al concepto estudiado.</li> <li>➤ Trabajo de escucha, de toma de conciencia por los alumnos y de debate científico en el seno de la clase.</li> </ul>
4. Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Análisis de las diferencias entre ejercicios que parecen cercanos, pero que ponen en marcha capacidades lógico-matemáticas distintas.</li> <li>➤ Selección más estricta de las actividades y análisis de los errores en ese marco</li> </ul>
5. Errores debidos a los procesos adoptados	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Análisis de la diversidad de procesos "espontáneos", distanciados de las estrategia "modelo" que se espera.</li> <li>➤ Trabajo sobre las diferentes estrategias propuestas para favorecer la evolución individual.</li> </ul>
6. Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad.	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Análisis de la carga mental de la actividad.</li> <li>➤ Descripción en subareas con una dimensiones cognitivas que puedan ser gestionadas.</li> </ul>
7. Errores que tiene su origen en otra disciplina	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Análisis de los rasgos estudiantiles comunes y de los rasgos superficiales diferentes en las dos disciplinas.</li> <li>➤ Trabajo de investigación de los elementos invariables de las situaciones</li> </ul>
8. Errores causados por la complejidad del contenido	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Análisis didáctico de los ruidos de dificultad intrínsecos a los conceptos, analizados insuficiente.</li> </ul>

Fuente: Astolfi, J. (1999)

## 2.7. ¿Que es un problema?

Se podría definir como una situación de la cual no se tiene una solución ni inmediata ni evidente.

Al utilizar la palabra problema requiere señalar que hay verdaderas dificultades, se requieren acciones, respuestas y decisiones para las cuales hay que deliberar pues las acciones reflejas instintivas, automatizadas por la práctica o la costumbre no son suficientes para obtener el cambio de estado.

Cruz (2000) lo define como un conjunto de acciones que le permite al individuo modificar una acción o estado para llegar a otra situación o cambio, eliminando las dificultades que se presentan, pareciera que la diferencia esencial estriba en usar la palabra problema para señalar que hay verdaderas dificultades que requiere de acciones, respuestas o decisiones para la cual hay que deliberar y que estas acciones puestas en practica no son suficientes para obtener el cambio de estados.

La aceptación de esta forma de estructurar el concepto de problema ayuda a conseguir precisión en las situaciones que se abordan y, en consecuencia, ser más eficiente en el proceso de búsqueda de soluciones.

Con esta nueva perspectiva se plantean tres tipos de situaciones: 1) los ejercicios de rutina, que el individuo realizar con sus actos reflejos, sus instintos o la aplicación rutinaria de un algoritmo previamente aprendido, 2) las situaciones problemáticas, en las cuales no están claras las metas o condiciones u operadores, y, 3) los problemas, en las cuales el individuo es capaz de identificar los cuatro elementos de la estructura (estado inicial, estado final, condiciones y acciones) y necesita deliberar o desarrollar eventualmente algunas heurísticas, para pasar del estado inicial al estado final.

Un algoritmo es un procedimiento tal que en un número finito de pasos, descritos por un conjunto específico de instrucciones se llega de un estado inicial a un estado final. Un algoritmo puede o no contener decisiones. Una situación es un ejercicio de rutina cuando la persona dispone de un algoritmo para encontrar la meta. Lo algoritmo está ligado a la repetición mecánica de instrucciones.

En matemática el **algoritmo** es un método de resolución de cálculos complicados mediante el uso repetido de otro método de cálculo más sencillo. Ejemplos básicos son los métodos para efectuar operaciones aritméticas (multiplicación, división, obtención de raíces cuadradas...), la obtención del

máximo común divisor y del mínimo común múltiplo de un número mediante su descomposición en factores primos, y la división de un polinomio por  $x - a$  mediante la regla de Ruffini. En la actualidad, el término *algoritmo* se aplica a muchos de los métodos de resolución de problemas que emplean una secuencia mecánica de pasos, como en el diseño de un programa de ordenador computadora. Esta secuencia se puede representar en forma de un diagrama de flujo para que sea más fácil de entender.

Al igual que los algoritmos usados en aritmética, los algoritmos para ordenadores pueden ser desde muy sencillos hasta bastante complejos. En todos los casos, sin embargo, la tarea que el algoritmo ha de realizar debe ser definible. Esta definición puede incluir términos matemáticos o lógicos o una compilación de datos o instrucciones escritas. Utilizando el lenguaje de la informática, esto quiere decir que un algoritmo debe ser programable, incluso si al final se comprueba que el problema no tiene solución.

Un procedimiento heurístico, en cambio, proviene de la creatividad y, a priori, no garantiza la obtención del resultado deseado. Lo heurístico se asocia con el arte de inventar, de generar resultados en ambientes parcialmente estructurados o novedosos. Resolver un problema: (estructurado) es, en este contexto, disponer y aplicar tanto procedimientos algorítmicos como heurísticos para convertir el estado inicial en estado final, respetando condiciones y restricciones.

¿Qué variables intervienen en el proceso de solución de problemas?

Como se ha dicho, un problema existe para un sujeto, las variables que intervienen en el proceso de solución dependen del individuo y de la naturaleza del problema.

Las variables del individuo pueden clasificarse en las tres categorías siguientes: afectivas, Cognoscitivas, y estratégicas.

**Las variables afectivas:** hacen referencia al interés, la motivación, la necesidad de reconocimiento y las relaciones interpersonales, donde cada individuo se desempeña bajo condiciones de conflicto entre sus percepciones personales y las de su grupo, manifestando sentimientos contradictorios que le conducen a la adopción de actitudes favorables o desfavorables hacia la búsqueda de caminos para entrenar problemas. Estas actitudes dependen tanto de los estímulos que provea el ambiente.

Las **variables cognoscitivas** comprenden el conocimiento de base que posee el sujeto que enfrenta el problema, su estructura, la organización y el almacenamiento que le ha conferido en su mente, así como también la disponibilidad de este conocimiento para el instante en que necesite identificar, interpretar e intentar modificar una situación con contenido matemático. (Shoenfel, 1992, citado por Cruz 2000) considera que estas dos preguntas son independientes pues dice que una cosa es saber que hay en una biblioteca y otra diferente es buscar una información específica. La estructura del conocimiento matemático puede verse como una trilogía compuesta de conceptos, relaciones, y procedimientos

Las **variables estratégicas** pueden ubicarse en el terreno de los procesos heurísticos que los individuos pone en práctica (muchas veces en forma inconsciente) cuando están resolviendo problemas.

## 2.8.- Resolución de Problemas

Desde pasadas décadas, se escribieron muchos artículos referidos al uso del método heurístico para mejorar el aprendizaje de los alumnos a la hora de resolver un problema. El método de Pólya (1965), ya sea en su versión original de los cuatro pasos o en cualquiera de las distintas versiones que se han realizado en distintos contextos han demostrado ser una de las técnicas pedagógicas mas efectiva a la hora de resolver un problema.

Para Pólya, la resolución de un problema consiste a grandes rasgos, en cuatro fases bien definidas: **Comprender el problema:** ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? **Concebir el plan:** ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Conoce un problema relacionado con este? ¿Podría enunciar el problema de una forma? ¿Ha empleado todos los datos? **Ejecutar el plan:** ¿Son correctos los pasos dados?, **Examinar la solución obtenida:** ¿Puede verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?

Las fases anteriores buscan hacer que los alumnos piense y resuelvan problemas en forma ideal, Cada fase se acompaña de una serie de preguntas, al puro estilo socrático, cuya intención clara es actuar como guía para la acción. Los trabajos de Polya, se pueden considerar por lo tanto, como un intento de describir la manera en la que debe actuar el alumno al momento de resolver un problema.

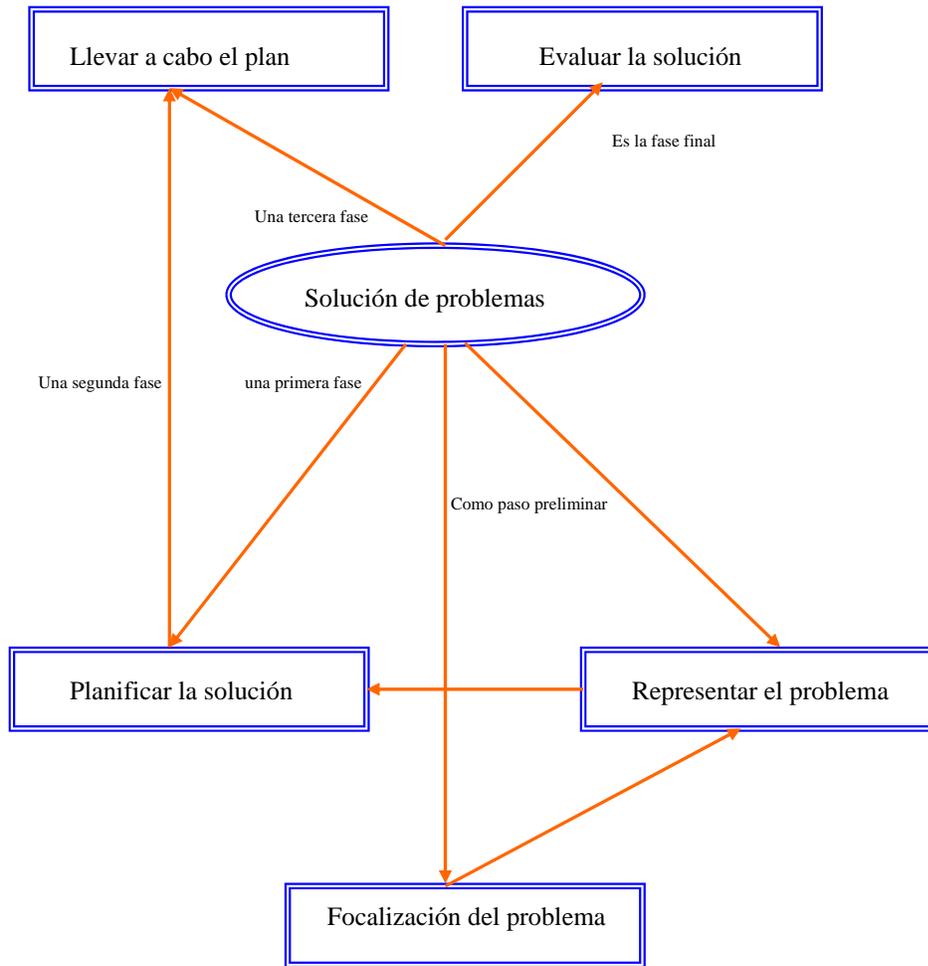
Mucho se ha escrito acerca de la aplicación de métodos generales y de las estrategias para la

resolución de problemas, basados en trabajos de investigación, en los cuales se diferencian las estrategias utilizadas por expertos y novatos, Reif (1981). En el primer caso, los investigadores transformaron un rango muy amplio de problemas en formatos estandarizados de tal manera que se pudiese resolver a través de rutinas. Los resultados obtenidos parecen indicar que las estrategias generales que se utilizan para resolver problemas no son muy efectivas para ser aplicados a los que pertenecen a un campo específico del conocimiento. En el segundo caso, si bien orientan en la comprensión del proceso de resolución de problemas, implican una visión parcializada acerca del significado de enseñar a resolver problemas.

La resolución de problemas implica una situación de transferencia de conocimientos, ocupando un lugar relevante en el proceso educativo universitario como estrategia de enseñanza, como actividad de aprendizaje y como instrumento de evaluación. En el contexto de enseñanza de la física, son considerados como problemas todos aquellos a los que el estudiante se enfrenta, tanto en situaciones de aprendizaje como de evaluación: problemas propuestos oralmente en el aula, problemas de lápiz y papel enunciados en guías de estudio, problemas experimentales abordados en las clases de laboratorio, pequeñas investigaciones desarrolladas como trabajos especiales, entre otros.

Por otra parte, De Bascones (2001) consideró cinco fases en el proceso de la resolución de problemas adaptados de Polya, con el objeto de servir de guía para adquirir destrezas en la resolución de problemas de física para orientar y hacer más efectiva la enseñanza, estableciéndolos de la siguiente forma: focalización, representación del problema, planificación de la solución, llevar a cabo el plan y evaluar la solución. Condiciones que deben estar presente para resolver un problema con éxito: Las condiciones dentro del sujeto o internas y las condiciones en la situación de enseñanza-aprendizaje o externas.

**FIGURA N° 1**  
**FASES PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FÍSICA.**



Fuente: fases para la resolución de los problemas de Física (De Bascones, 2001, adaptado de Polya, 1945)

Andrés y De Bascones (2000) en su trabajo de investigación acerca del modelo didáctico utilizado por los profesores de Ciencias de Venezuela, determinó que las actividades que desarrollan los mismos con mayor frecuencia en su praxis pedagógica es la de resolución de problemas. El análisis de la práctica docente habitual muestra, sin embargo que los "problemas" a los cuales se refieren los docentes de Física son simples ejercicios de aplicación de algoritmos, explicados como algo que se sabe hacer, como algo que su solución está predeterminada por el docente, que no genera dudas ni exige tentativas. El profesor conoce la situación y la explica linealmente, con toda claridad y los alumnos la aprenden para repetirla ante situaciones idénticas, sin aprender a abordar un verdadero problema, encontrando que cualquier pequeño cambio supone dificultades insuperables, provocando frustración y abandono de la tarea.

Además, Bachelard afirma que la Física contemporánea, nos abre las puertas hacia un mundo desconocido. Nos trae información con signos que escapan a nuestros esquemas de interpretación habituales. Esta información es "refractaria al análisis usual que separa una cosa de su acción" señala que en ciencias no trabajamos con lo que se encuentra disponible a nuestros sentidos. Por el contrario, precisamos ir más allá de las apariencias, ya que lo aparente es fuente de engaños, de errores, de imprecisiones, y el conocimiento científico se encuentra a través de la superación de esos errores, en un constante proceso de ruptura con lo que se pensaba conocido.

Entre todos los errores detectados merece prestarse una especial atención a aquellos que, con distintas caras, se vean repetidos habitualmente. Ello prueba que no son fallos individuales más o menos azarosos, sino que pone de manifiesto la existencia de raíces profundas y extendidas. Existen errores que se encuentran tan arraigados profundamente y poseen una fuerza interna tan considerable que pueden arrastrar con facilidad a otros alumnos.

El resolver un problema en física es un proceso intelectual y complejo aceptado por diversas teorías. Tradicionalmente en física la enseñanza de la solución de problemas logra que los alumnos aprendan a identificarlos como miembro de una cierta clase, es decir problemas tipos donde hay que memorizar un plan de acción por ejemplo: formulas, símbolos y claves, entre otros, aplicados en otros semejantes. Es por ello que se puede considerar que en este proceso no hay reorganización de conocimientos e información, sólo hay un razonamiento lógico sino que se encuentran superficiales en los problemas. De esta manera para enseñar a resolver problemas de física de manera efectiva y eficiente es necesario implicar y dirigir la instrucción hacia el proceso y no sólo hacia el resultado

final. Para ello, se deben enseñar explícitamente tanto la estrategia meta-cognitivas para el control y evaluación de los trabajo. Con el fin de mejorar la enseñanza de la solución de problemas en física se han diseñados modelos del proceso, a partir del análisis de su ejecución descritos por expertos (Larkin, 1980; Leiter y col, 1981 citado por Arrieta y Delgado, 1999).

**TABLA N° 2**  
**Modelo del proceso para resolver un problema físico.**

<b>ESTRATEGÍAS COGNITIVAS</b>	<b>FASES</b>	<b>ESTRATEGÍAS METACOGNITIVAS (FASEV)</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Leer el problema en silencio</li> <li>➤ Identificar las pistas: palabras, claves, unidades y conceptos asociados.</li> <li>➤ Categorizar el problema en un área de contenidos, leyes y conceptos asociados.</li> <li>➤ Relacionar el conjunto de pistas.</li> <li>➤ Formar imágenes mentales.</li> </ul>	<p><b>Representación del problema</b></p> <p><b>I</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Verificar que entiende todas las palabras.</li> <li>➤ Genera hipótesis acerca de ¿Cuál es el área, ¿qué leyes se aplican?, entre otros y verificarlas.</li> <li>➤ Revisar si identifico todas las pistas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Representar en un esquema o dibujo el planteamiento del problema.</li> <li>➤ Relacionar la información explícita con los conocimientos evocados.</li> <li>➤ Realizar inferencias</li> <li>➤ Verbalizar la información implícita.</li> <li>➤ Generar supuestos que condicionen el problema en base a los conocimientos.</li> <li>➤ Descartar la información explícita e implícita con los conocimientos.</li> <li>➤ Descarta la información irrelevante.</li> <li>➤ Expresa en forma simbólica el planteamiento del problema, datos e incógnitas.</li> <li>➤ Verbalizar las leyes, conceptos y definiciones asociados con el problema. De manera relacionada (mapa de conceptos).</li> </ul>	<p><b>Descripción del problema en términos del conocimiento físico</b></p> <p><b>II</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Revisar si el esquema tiene toda la información explícita e implícita.</li> <li>➤ Comparar el texto del problema con los datos e incógnita y, el texto con el esquema o imagen.</li> <li>➤ Revisar si tiene claro los conocimientos relativos al problema.</li> <li>➤ Revisar si las inferencias son válidas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Generar las expresiones matemáticas según el esquema conceptual.</li> <li>➤ Determinar la ecuación que permiten eliminar el vacío entre los datos y la meta.</li> <li>➤ Determinar los procedimientos matemáticos requeridos para la solución.</li> <li>➤ Generar sub-problemas.</li> <li>➤ Elaborar reorganizaciones en las ecuaciones planteadas.</li> </ul>	<p><b>Descripción Matemática</b></p> <p><b>III</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Revisar si las unidades corresponden al concepto.</li> <li>➤ Revisar las ecuaciones generales.</li> <li>➤ Revisar los procedimientos matemáticos</li> <li>➤ Revisar los conceptos y leyes están bien aplicados.</li> <li>➤ Revisar si las unidades están en un mismo sistema.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Realizar el plan de solución propuesto</li> </ul>	<p><b>Ejecución</b></p> <p><b>IV</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Revisar cada paso realizado en términos de un significado físico y validez matemática</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Evaluar los resultados en términos de su significado físico y consistencia con el planteamiento.</li> </ul>		

Fuente: Arrieta y Delgado, (1999)

### **3.- DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS:**

- **Algoritmo:** es un método de resolución de cálculos complicados mediante el uso repetido de otro método de cálculo más sencillo.
- **Aprendizaje:** Es una adaptación a una situación adidáctica.
- **Cognición:** significa conocer e involucrar todo proceso mediante el cual el ser humano construye el conocimiento. Es la experiencia de adquirir, transformar, crear y utilizar conocimiento.
- **Cognitivo:** esfuerzo por parte del docente para ayudar al estudiante a procesar la información para desarrollar estrategias cognitivas.
- **Conocimiento:** Es una asociación entre buenas preguntas y buenas respuestas.
- **Conductismo:** Doctrina y método que busca el conocimiento y control de las acciones de los organismos y en especial del hombre, mediante la observación del comportamiento o la conducta, sin recurrir a la conciencia o a la introspección
- **Contrato Didáctico:** El contrato didáctico es un conjunto de reglas -con frecuencia no enunciadas explícitamente- que organizan las relaciones entre el contenido enseñado, los alumnos y el profesor dentro de la clase.
- **Control:** Aquello que permite un uso eficiente de los recursos disponibles.
- **Constructivismo:** Filosofía educacional que sostiene que los alumnos son quienes en definitiva construyen su propio conocimiento, único para cada cual, y que el aprendizaje está basado en participación activa de los estudiantes en la solución del problemas y en el pensamiento crítico en torno a una actividad de aprendizaje que ellos encuentran relevante y atractiva.
- **Desarrollo cognitivo:** es la progresión coordinada de adquisiciones intelectuales capacidad de generar mecanismos que le permitan pasar de un estado de menor conocimiento a otro mayor.
- **Enseñanza:** Es la transmisión correcta al alumno de una situación adidáctica.

- **Epistemología:** Doctrina de los fundamentos y métodos del conocimiento científico
- **Error:** es una decisión que puede ser retomada al ser corregido en el curso de una misma acción.
- **Heurística:** Reglas para progresar en situaciones dificultosas.
- **Estado del error:** Es la connotación e importancia que se le concede en la enseñanza y aprendizaje de los alumnos en el contexto de una asignatura.
- **Modelo didáctico o pedagógico:** Es un recurso para el desarrollo técnico y la fundamentación científica en la enseñanza, que intenta evitar que continúe siendo "una forma empírica y particular" alejada de cualquier formalización.
- **Obstáculo:** Un obstáculo es una concepción que ha sido principio eficiente para resolver algunos problemas pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: se constituye en una barrera para un aprendizaje posterior.
- **Situación:** Es una reunión de objeto que se relacionan entre si, para describirla es necesario escoger una estructura y establecer correspondencias de significado o significante entre los objetos y las relaciones de la situación.
- **Situación adidáctica:** Es la situación que se da entre el momento en el cual un alumno acepta un problema como suyo y aquel en el que se produce su repuesta, durante la cual el profesor se niega a intervenir como proponentor de conocimientos que quiere ver aparecer. En esta situaciones que encontrará dentro del contexto de la enseñanza y en la ausencia de toda indicación intencional.
- **Situación Didáctica:** Es un conjunto de relaciones explícita y/o implícitamente establecidas entre un alumno o un grupo de alumnos, algún entorno (incluyendo instrumento o materiales) y el profesor con el fin de permitir a los alumnos aprender-esto es, reconstruir- algún conocimiento.
- **Problema físico:** es un proceso intelectual complejo.

***CAPÍTULO III  
PROPUESTA DIDÁCTICA***

## **PROPUESTA DIDÁCTICA**

### **1.- TIPOLOGÍA DE ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE ALGORITMOS MATEMÁTICOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FÍSICOS PROPUESTA.**

El reflexionar a lo largo de los años acerca de los errores de los alumnos y, más recientemente, acerca del sentido del concepto que este tiene, nos permite indagar sobre aquellos que en cierta forma nos desconciertan por su carácter persistente, repetitivo y generalizado.

Para ello se propuso determinar cuáles son algunas de las concepciones cotidianas y académicas erróneas que los alumnos tienen en relacionado con las habilidades en la utilización de algoritmos matemáticos al resolver problemas Físicos y que lo conduce a cometer tales errores. Enriquecido con los aportes y sugerencias de reconocidos especialistas, tanto a nivel nacional como internacional, lo cual nos permitió establecer algunas propuesta que sirvieron como punto de partida a la investigación. Cumpliendo así con el objetivo Especifico N° 2 “Elaborar una tipología de errores derivada del análisis de una categorización existente y de un estudio exploratorio en los estudiantes que conforman la muestra”. A continuación presentamos la tipología propuesta soportada con algunos ejemplos concretos que han permitido a su vez establecerlos.

#### **1.1- Errores por el uso inadecuado del Lenguaje gramatical**

El proceso propio de redacción, se ve afectado por los problemas en la escritura de palabras, oraciones y el control de atención sobre el desarrollo de sus producciones.

Inexistencia de estrategias maduras, para organizar la información y la deficiencia para pasar de formas comunicativas orales y dialógicas, a otras escritas y fonológicas.

A partir de los supuestos teóricos, se pueden categorizar los errores manifestados a nivel de conciencia fonológica –omisiones de letras- de automatización y rapidez en el uso de las correspondencias, entre grafemas y fonemas –vacilaciones-. Esta problemática repercute en la calidad de la comprensión del problema.

Esto sucede por ejemplo cuando el alumno lee en forma incorrecta, por lo tanto lo plasma en el

grafema en forma incorrecta, es decir, como se lee se escribe, tal es el caso, cuando el alumno, lee: seis por diez a la menos diez y escribe  $6 \times 10^{-10}$

### **1.2.- Errores por lectura escasa comprensiva del problema**

Las dificultades en la comprensión lectora se puede presentar a partir de los problemas de utilización de la ruta fonológica, tanto en los niveles de procesamiento, como de automatización, así los alumnos movilizan muchos recursos cognitivos, en su esfuerzo por relacionar grafemas y fonemas y de ésta manera se pierde en lo concreto: letras, palabras. No puede ir más allá y por lo tanto, no tiene la oportunidad de desarrollar y poner en juego, otros procesos determinantes para la comprensión de los problemas.

### **1.3.- Errores por el uso inadecuado del lenguaje matemático**

El lenguaje matemático, es una fuente de errores debido a su complejidad. Motivado a ello los estudiantes, en mayor o menor grado, tienen dificultades para desarrollar las tareas encomendadas; debido a la no comprensión del mismo, pues para muchos alumnos el aprendizaje de conceptos, símbolos y vocabulario matemáticos es sumamente difícil.

Esto se evidencia cuando trata de resolver un problema, o una ecuación que no se corresponde con el enunciado; cuando se designa un concepto matemático; o un símbolo distinto al usual, cuando se hace una interpretación incorrecta de los símbolos gráficos como: términos matemáticos y viceversa.

Al momento de que los docentes evalúan los procedimientos utilizados por los alumnos; es cuando se visualizan toda esta serie de errores que se cometen. Esto debe hacer reflexionar al docente, en la forma, en que transmite al alumno los conocimientos; porque, puede ser que lo este haciendo en una forma incorrecta, y no hay una buena comprensión del lenguaje matemático por parte del alumno.

### **1.4.- Errores por extracción de datos**

Son errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos y el tratamiento que le da el alumno. Puede darse cuando; se añaden datos extraños; se olvida algún dato necesario para la solución; se contesta a algo que no es necesario; cuando se confunden las variables; se asigna a una

parte de la información un significado inconsistente con el enunciado; se utilizan los valores numéricos de una variable para otra distinta; o bien, se hace una lectura incorrecta del enunciado.

### **1.5.- Errores por procedimientos inadecuados en la resolución:**

Estos errores se deben a que los alumnos utilizan incorrecta o inadecuadamente los procedimientos o algoritmos en la solución de problemas físicos., En forma inadecuada usan reglas o fórmulas conocidas por ellos, o la adaptan incorrectamente, se identifica también cuando el estudiante utiliza un algoritmo correcto en la solución de un problema físico pero lo aplica en forma defectuosa, enuncia proposiciones ciertas sin justificación o mal justificadas o cuando utiliza un algoritmo adecuado para la solución o demostración de un problema físico pero no llega a su solución.

#### **1.5.1.- Errores de despeje**

Estos son los errores que se consideran de menor importancia pues surgen por efecto de un descuido o al azar. Se puede detectar cuando el alumno transcribe mal la cantidad al separar la incógnita de la ecuación, manipulando inadecuadamente los signos algebraicos o cuando ejecuta mal la operación aritmética.

#### **1.5.2.- Errores de Aritmética**

Son errores que surgen al momento de la utilización de métodos en la realización de combinaciones en operaciones matemáticas sencillas. Ejemplos básicos son los métodos para efectuar operaciones aritméticas (multiplicación, división, obtención de raíces cuadradas...)

Sin embargo, el alumno no es capaz de generalizar las relaciones matemáticas, como el teorema de Pitágoras, que dice que en un triángulo rectángulo el área del cuadrado que tiene como lado la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados son los catetos. La aritmética sólo da casos particulares de esta relación (por ejemplo, 3, 4 y 5, ya que  $(3^2 + 4^2) = 5^2$ )

#### **1.5.3.- Errores de Algebra (Demostración)**

Estos errores se determinan por el mal uso de símbolos o letras en las operaciones elementales al momento de resolver ecuaciones. Tal es el caso, cuando enuncian proposiciones ciertas sin

justificación o mal justificadas, o cuando es utilizado un algoritmo adecuado para la solución o demostración de un problema físico pero no llega a su solución.

#### **1.5.4.- Errores de cálculo**

Estos errores surgen por la aplicación incorrecta o inadecuada de procedimientos o algoritmos en la solución de problemas físicos. Se puede identificar este tipo de errores cuando el estudiante utiliza un algoritmo correcto en la solución de un problema pero lo aplica en forma defectuosa. Se incluyen en este grupo aquellas soluciones donde el error cometido no está directamente vinculado con el concepto dado es decir, errores de cálculo, de redondeo, entre otros. Asimismo, se consideran entre estos errores, a aquellos casos en que se proporciona la respuesta correcta sin justificación, o que sólo se verifica que la respuesta dada es correcta, pero no se justifica la forma en que fue hallada dicha cantidad. Para ilustrar este tipo de errores tenemos el siguiente ejercicio erróneo  $10 \times 10^{-3} = 10.000$ , cuando el verdadero resultado es  $10 \times 10^{-3} = 0,01$

#### **1.5.5.- Errores en las transformaciones de unidades**

Este error presentado en la aplicación de la regla de tres simple inversa en vez de directa.

En efecto, puede formularse la hipótesis de que los errores provienen de la aplicación mecánica de la regla de tres simple porque es una práctica usual en las transformaciones de unidades en la resolución de problemas físicos, como consecuencia de que habitualmente ésta reduce el aprendizaje de este contenido a la resolución de problemas tipo de aplicación de regla de tres. Asimismo, puede suponerse que, malinterpretando el pedido de justificación de la respuesta que la consigna incluye, subestima otros procedimientos que pueden llevarlo a la solución correcta y aplica el algoritmo mencionado sin reflexionar sobre la pertinencia de su uso, esto está relacionado con los hábitos escolares.

#### **1.5.6.- Errores debido a los hábitos escolares.**

Estos errores están relacionados con los hábitos escolares puesto que, habitualmente, la memorización de un algoritmo y su aplicación correcta garantizan el éxito escolar y colman las expectativas de logro de los docentes; ahora bien, al no haber un aprendizaje basado en fundamentos

conceptuales sólidos, con el transcurso del tiempo el olvido hace incurrir al alumno en este tipo de errores. Proviene de la costumbre de aplicar un único algoritmo para cada problema. Parece acertado suponer que esto también es consecuencia del tipo de ejercicios que el estudiante está habituado a resolver en la escuela.

### **1.6.- Errores por argumentación no válida desde el punto de vista de razonamiento lógico**

La aplicación del razonamiento lógico es fundamental en esta asignatura, en la que se hace énfasis en la demostración de teoremas por parte del estudiante. Por este hecho, es usual que el trabajo de los estudiantes aparezcan errores de tipo mencionado. De modo que una tipología que pretenda reseñar los errores que ocurren en la física, estaría si no considera este tipo de errores.

Para efectos de esta tipología, se entenderá que estos errores se derivan del mal uso de las implicaciones y equivalencias lógicas, que es lo que subyace tras los axiomas, teoremas, corolarios y definiciones en física. Este tipo de errores podría deberse a la forma en que el estudiante está acostumbrado a aplicar el razonamiento cotidiano. El cual difiere del razonamiento lógico requerido para el razonamiento deductivo.

Se ponen de manifiesto cuando el alumno añade hipótesis que no están dadas en la solución o en la demostración de un problema físico, intenta demostrar o resolver un problema físico, sin utilizar algún dato dado, usa un axioma, teorema o corolario sin que se tengan las hipótesis requeridas para su aplicación o la usa en un contexto que no le corresponde, interpreta y usa inadecuadamente una definición, usa una implicación que no es verdadera.

### **1.7.- Errores por comprobación de los resultados**

Son errores presentados cuando cada paso en la resolución del problema es correcto, pero el resultado final no es la solución del problema planteado

## **2.- PLANIFICACIÓN DE LA ESTRATEGIA**

En la construcción de los conocimientos aparecen sistemáticamente los errores, en los cuales deben incluirse criterios de diagnóstico, corrección y superación de los mismos, mediante actividades que promuevan la crítica de sus apariciones debido a la persistencia y la presencia de algunos de

ellos; demuestra que los errores influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos y se hace imprescindible que sean reconocidos para asumir la necesidad de superarlos a fin de obtener logros de aprendizaje es por ello que se diseñó una estrategia para corregir los conocimientos errados que tienen los alumnos, en cuanto a la base de su formación previa y que en un momento determinado; se emplean mal, por un inadecuado manejo de los mismos.

El propósito de este diseño es poner a disposición de los docentes y alumnos del nivel superior una orientación sobre el proceso de enseñanza, aprendizaje de la matemática y la física, aspirando que los docentes construyan su propio aprendizaje.

### **3.- SISTEMA DE VARIABLES**

#### **3.1.- ERROR**

Se presentan dos definiciones del error, a saber:

##### **3.1.1.- Definición Conceptual**

Un error es una decisión que puede ser retomada al ser corregido en el curso de una misma acción, estará vinculado con una situación precisa, tendrá un autor, que estará comprometido con la acción, existe un conocimiento correcto que le opone una alternativa y recibirá cierto tipo de corrección (adidáctica o didáctica) (Brousseau, 2001<sub>a</sub>).

##### **3.1.2.- Definición Operacional.**

Es la diferencia que existe entre el resultado esperado por el investigador y el resultado del trabajo efectuado por el alumno en el aprendizaje del algoritmo matemático y la resolución de un problema físico, el cual se evidencia cuando: comete errores por el uso inadecuado del lenguaje oral (gramática), específicamente cuando plantea situaciones en discordancia con el enunciado, lee incorrectamente el enunciado realiza omisión de letras y/o números; errores por lectura escasa comprensiva del problema pues tiene dificultades de comprensión del problema planteado, se pierde y es incapaz de buscar alternativas, errores por el uso inadecuado del lenguaje matemático utiliza inadecuadamente conceptos, símbolos y notaciones, plantea ecuaciones en discordancia con lo enunciado del problema físico dado, utiliza inadecuadamente la terminología física; errores por

extracción de datos cuando utiliza datos que no se encuentran en el problema o añade datos extraños, utiliza valores numéricos de una variable para otra distinta; errores por procedimientos inadecuados en la resolución, errores de despeje, errores de aritmética, errores de álgebra (demostración), errores de cálculo-errores de transformación de unidades-errores debido a los hábitos escolares todo ello se verifica cuando utiliza incorrectamente los procedimientos o algoritmos en la solución de problemas, transcribe mal la cantidad al separa la incógnita, ejecuta mal operaciones aritméticas, utiliza una estrategia en la demostración de una proposición donde cada paso es correcto pero no llega a demostrar la proposición planteada, manipula inadecuadamente los signos algebraicos mala utilización de un algoritmo adecuado para la demostración de un problema, aplica en forma mecánica la regla de tres simple, aplica un algoritmo memorizado sin reflexionar la pertinencia de su uso, errores por argumentación no válida desde el punto de vista de razonamiento lógico interpreta y usa inadecuadamente definiciones, construye y usa una implicación que no es verdadera, usa el recíproco de una implicación como verdadera, verifica el resultado final.

**TABLA N° 3**

**Operacionalización de la variable**

(Muestra la relación entre la variable a estudiar, sus dimensiones y sus indicadores)

<b>DIMENSIÓN</b>	<b>INDICADOR</b>
<b>A.- ERRORES POR EL USO INADECUADO DEL LENGUAJE (GRAMÁTICA)</b>	A <sub>1</sub> : Plantea situaciones en discordancia con el enunciado A <sub>2</sub> : Lee incorrectamente el enunciado realiza omisión de letras y/o Números
<b>B.- ERRORES POR ESCASA LECTURA COMPRENSIVA DEL PROBLEMA</b>	B <sub>1</sub> : Dificultades de comprensión del problema planteado, se pierde y es incapaz de buscar alternativas.
<b>C.- ERRORES POR EL USO INADECUADO DEL LENGUAJE MATEMÁTICO</b>	C <sub>1</sub> : Utiliza inadecuadamente conceptos, símbolos y notaciones. C <sub>2</sub> : Plantea ecuaciones en discordancia con el enunciado del problema físico. C <sub>3</sub> : Utiliza inadecuadamente la terminología física.
<b>D.-ERRORES POR EXTRACCIÓN DE DATOS</b>	D <sub>1</sub> : Extrae datos en forma incorrecta que se encuentran en el problema o añade datos extraños. D <sub>2</sub> : Utiliza valores numéricos de una variable para otra distinta
<b>E.- ERRORES POR PROCEDIMIENTOS INADECUADOS EN LA RESOLUCIÓN</b>  E <sub>1</sub> .- DESPEJE  E <sub>2</sub> .- DE ARITMÉTICA  E <sub>3</sub> .-DE ALGEBRA (Demostración)  E <sub>4</sub> .- DE CÁLCULO  E <sub>5</sub> .- DE TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES  E <sub>6</sub> .- DEBIDO A LOS HÁBITOS ESCOLARES	  E <sub>1,1</sub> :Transcribe mal la cantidades al despejar la incógnita  E <sub>2,1</sub> : Ejecuta incorrectamente operaciones de aritmética.  E <sub>3,1</sub> : Utiliza una estrategia inadecuada en una proposición con paso correcto pero no llega a la solución.  E <sub>3,2</sub> : Manipula inadecuadamente los signos algebraicos  E <sub>4,1</sub> : Utiliza incorrectamente los procedimientos o algoritmos en la solución de problemas.  E <sub>5,1</sub> : Aplica en forma incorrecta la regla de tres simple.  E <sub>6,1</sub> : Aplica un algoritmo memorizado sin reflexionar la pertinencia de su uso.
<b>F.- ERRORES POR ARGUMENTACIÓN NO VÁLIDA DESDE EL PUNTO DE VISTA DE RAZONAMIENTO LÓGICO</b>	F <sub>1</sub> : Interpreta y usa inadecuadamente definiciones. F <sub>2</sub> : Construye y usa una implicación que no es verdadera.
<b>G.- ERRORES COMPROBACIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	G <sub>1</sub> : Verifica en forma incorrecta el resultado final

Fuente: Dilia Linares (2005)

***CAPÍTULO IV***  
***MARCO METODOLÓGICO***

## MARCO METODOLÓGICO

### 1.- TIPO DE INVESTIGACIÓN

Esta investigación buscó determinar la presencia del error en el aprendizaje de algoritmo matemático en la resolución de problemas físicos del razonamiento común en la comunidad de alumnos que cursan la cátedra Física II en la especialidad de Metalurgia, del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo, para luego analizarla y elaborar una tipología; es de *tipo no-experimental*, pues no se pretendió manipular y controlar las variables (Hernández y col. 1998). El periodo y frecuencia *es transversal*, pues las mediciones se hicieron en el segundo periodo del 2005 en particular, específicamente en un semestre. Su propósito fue observar, medir y describir los hallazgos encontrados en los sujetos en un momento dado. Los diseños transversales descriptivos tienen como objetivo indagar la incidencia y los valores en que se manifiesta la variable.

El procedimiento consiste en medir en un grupo de personas u objetos, una variable y proporcionar su descripción mediante una tipología de errores. Además se centró en describir el error en el aprendizaje de los algoritmos matemáticos cometidos al resolver problemas físicos y la descripción fue de naturaleza tanto cuantitativa como cualitativa.

### 2.- POBLACIÓN MUESTREO Y MUESTRA DEFINITIVA

#### 2.1.- Población

La población es un conjunto de elementos que tienen una característica en común que puede ser definida o medida (Bustamante, 2003) esas características se deben delimitar con la finalidad de establecer los parámetros muestrales. En este caso particular estuvo conformada por los alumnos cursantes de la asignatura Física II en el segundo período de 2005 de la especialidad: Metalurgia del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo. Su tamaño exacto fue de 108 alumnos con edades comprendidas entre 18 y 23 años, de ambos sexos, de los cuales el 73% de nuevo ingreso, y el resto de repitientes, distribuidos en 3 secciones asignadas a dos profesores.

Por razones prácticas, tales como el tiempo y recursos limitados, no siempre es posible estudiar la población entera en tales circunstancias se recolecta la información de una muestra de la población.

## 2.2. Muestreo

### a) Tamaño de la muestra

La muestra suele ser definida como un subgrupo de la población y para seleccionarla deben delimitarse las características de la población. El tamaño de la muestra tiene su procedimiento específico según el tipo y objetivo de la investigación, escalas de medición que se utilizará y especificaciones relacionadas con la magnitud de los posibles errores y posibilidades de ocurrencia. De acuerdo a los criterios dados por Sierra (1979) depende de la amplitud del universo finito o no; nivel de confianza adoptado, error de estimación y desviación típica, así como el muestreo que se haya seleccionado. Para universos finitos propone la siguiente fórmula:

$$n = \frac{4.N.P.q'}{E^2(N-1) + 4P.q} \quad (1)$$

Donde:

**n:** tamaño de la muestra que se calculó.

**4:** es una constante.

**P y q:** son las probabilidades de éxito y fracaso que tiene un valor de 50%, por que P y q = 50

**N:** el tamaño de la población (108)

**E<sup>2</sup>:** es el error seleccionado por el investigador.

**E:** error estándar (se trabajó con un error E=10%, ya que el tamaño de la muestra es muy pequeña y (Bustamante 2003), señala que en la tabla para determinar una muestra sacada de una población finita (N<100.000) para márgenes de error del 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%) para un margen de confianza de 95%. El cálculo de la muestra:

$$n = \frac{4.50.50.108}{100(108-1) + 4.50.50} = \frac{1080000}{10700 + 10000} = 35.179153 \approx 35 \text{ sujetos} \quad (2)$$

Donde **n:** tamaño de la muestra ajustado

Se efectuó un muestreo aleatorio simple o al azar de tal manera que cada una de las unidades de la población, tienen la misma probabilidad de ser incluidas en la muestra. Para seleccionar la muestra aleatoria se procedió en seleccionar al azar 35 sujetos de los 108 que componen la población formada por las tres secciones identificadas por los números 431 – 432 – 433, pertenecientes a la cátedra Física II de la especialidad de Metalurgia dictadas por un mismo profesor. Cada sección esta

conformada por 34, 36 y 38 alumnos respectivamente. Se hizo selección al azar con los 108 números asignados a igual cantidad de alumnos. Como resultado del procedimiento la muestra quedó formada por 12 alumnos de la sección 431, 9 de la 432 y 14 de la 433.

### **2.3.- Muestra definitiva**

Durante el proceso de recolección de información ocurrió en efecto la ausencia de seis (6) sujetos de los treinta y cinco (35) originalmente escogidos, de modo que la muestra definitiva quedó conformada por veintinueve (29) alumnos de la cátedra de Física II en la especialidad de Metalurgia del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo (I.U.T.M.) Se aplicó a estudiantes cuyas características son: edad promedio de 20 años, de los cuales 08 son de sexo femenino y 21 de sexo masculino, 22 realizaron sus estudios de segundo nivel en una institución pública y 07 en una privada, se graduaron de bachilleres con un promedio de 17 puntos, 25 fueron alumnos que cursaron la materia por primera vez y 04 repitientes.

## **3.- MÉTODOS E INSTRUMENTOS PARA RECOGER INFORMACIÓN**

El método de recolección de información lo que busca es medir la variable objeto de estudio "error". Medir es el proceso de vincular conceptos abstractos con indicadores empíricos, el cual se realiza mediante un plan explícito y organizado para clasificar (y frecuentemente cuantificar) los datos disponibles en términos del concepto que el investigador tiene en mente (Carmines y Zeller, 1979, citado por Hernández y col. 1998)

Un instrumento de medición adecuado es aquel que registra datos observables que el investigador tiene en mente (Hernández y col. 1998).

### **3.1.- Método**

El medio para establecer la relación entre el investigador y la unidad de información, es la observación directa al participante mediante la aplicación de un cuestionario con problemas físicos para su resolución y una encuesta que el investigador presentó a cada alumno, asimismo la realización de una entrevista personal a los fines de recabar información relacionada con las concepciones del alumno acerca del error cometido al momento de resolver los problemas del cuestionario.

Se consideró apropiado el uso de tres técnicas de recolección de información que de acuerdo a la tipología dada por Busot (1991), se describen de la siguiente manera: observación indirecta y externa pues se utilizó dos instrumentos auxiliares sin participación del investigador; y entrevista de investigación semi-estructurada individual ya que su finalidad fue recabar información relacionada con los alumnos acerca de la variable examinada. El entrevistador anticipa los tipos de preguntas que debía hacer, aunque no necesariamente las formulaba de la misma forma a todos los entrevistados, y se realizaba a cada sujeto por separado, condición fundamental para evitar la contaminación de la respuesta de unos con otros, las tres técnicas empleadas se realizaron una a continuación de la otra. En primer lugar se aplicaba el cuestionario a cada sujeto de la muestra y seguida de la encuesta y por último se desarrollo la entrevista. Con la entrevista se perseguía realmente corroborar que las respuestas dadas en el cuestionario realmente se correspondiesen con la concepción del alumno y no a una confusión o impulso accidental al momento de responder el cuestionario, por una parte, y por la otra, indagar las razones por las cuales el alumno respondía de una u otra forma, independientemente de si dicha respuesta era correcta o no. Para el registro de la información recolectada se utilizó una hoja de codificación por cada alumno (Hernández y col., 1998, Bustamante, 2003), es decir, una hoja que contiene las dimensiones con sus indicadores, en la cual se anotó cada vez que un error entraba en una categoría para determinar finalmente la frecuencia de errores por indicador y por dimensión.

### **3.2.- Instrumentos**

Se utilizaron tres instrumentos de medición: un cuestionario con problemas físicos, una encuesta y una hoja de registro para las respuestas de la entrevista. Por otro lado se usó una hoja de codificación para el registro de la información recolectada.

#### **3.2.1.- Cuestionario**

Para Busot (1991) los instrumentos de investigación son los medios que utiliza el investigador para reunir la información. Según Tamayo (1998), el cuestionario es de gran utilidad en la investigación científica, ya que constituye una forma concreta de la técnica de observación y que permite fijar su atención en ciertos aspectos esenciales del fenómeno. Para la recolección de información básica fue necesario elaborar un cuestionario conformado por cinco problemas físicos para su resolución, cuyas preguntas fueron redactadas y formuladas en función de la variable objeto

de estudio, sus dimensiones e indicadores, relacionándolas con los objetivos planteados, obteniendo así una tipología de errores producto del análisis del proceso aplicado por cada uno de los estudiantes a cada uno de los problemas desarrollados. El cuestionario aplicado (Anexo 1) tiene por finalidad recabar información sobre conocimientos previos, tanto cotidianos como académicos, así como las habilidades en la utilización de algoritmos matemáticos de los alumnos que conformaron la muestra de estudio, permitiendo detectar los errores que cometen en el proceso de resolución de problemas físicos. Consta de 5 ítems relacionados a situaciones problemáticas de física, en el área de electrostática. Este cuestionario fue validado por expertos, haciendo uso del instrumento que se muestra en el (Anexo 2). Para su construcción se utilizaron textos de física relacionados con la unidad Electroestática: Figueroa (1992); Fishbane y col. (1994), Serway (1997).

### **3.2.2.- Encuesta:**

Es un test, cuyas modalidades varían de acuerdo con las respuestas directas o indirectas. Este se diseñó con el fin de recabar información sobre los diferentes procedimientos y dificultades que se presentaron durante la realización de los problemas del cuestionario.

### **3.2.3.- Entrevista Semi- estructurada.**

Consistió simplemente en un juego de cuatro folios con 16 ítems y cinco espacio para hacer anotaciones que resumiesen la explicación dada en grupo de 5 alumnos a las respuestas por ellos dadas en el Cuestionario, para aquellos indicadores que a juicio del entrevistador requerían ser aclarados.

## **4.- VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS**

Los instrumentos deben cumplir ciertas condiciones mínimas de calidad para garantizar que los resultados que ellos aporten reflejen una realidad existente.

### **4.1.- Validez de Contenido**

Un instrumento es válido si mide lo que en realidad se pretende medir Busot (1991), Hernández y col. (1998). Según Chávez (1994), la validez de contenido es la correspondencia del instrumento con su contexto teórico. Se basa en juicios independientes de expertos. Para ello, se solicitó la

colaboración de 5 expertos en docencia, en Física y elaboración de instrumentos, con el fin de mejorarlos de acuerdo con sus reflexiones, opiniones y juicios. Se le suministró el cuestionario, la encuesta, entrevista semi-estructurada y el contenido teórico de la investigación con sus respectivos instrumentos de validación Tabla N° 4, donde se especificaban los objetivos, la variable objeto de estudio con sus dimensiones e indicadores y la correspondencia entre ítemes (Problemas del cuestionario) y los indicadores. Como complemento se les suministro una síntesis escrita de la teoría de que sustenta la investigación. Luego de este proceso, los árbitros consideraron que el cuestionario era pertinente para medir la variable error y no necesitaba cambio ni modificación.

#### **4.2.- Confiabilidad**

Mc Guigan (1996) señaló que confiabilidad significa el grado aproximado donde los sujetos participantes obtienen las mismas calificaciones cuando se hacen repetidas mediciones. Para Hernández y col. (1998) la confiabilidad de un instrumento de medición es cuando este se aplica a un objeto o sujeto repetidas veces y se obtienen los mismo resultados. Según Bustamante, (2003) una de la aplicaciones más importantes de los coeficientes de correlación, es el calculo de la confiabilidad de un instrumento de medición, por ejemplo un test donde su confiabilidad es el grado que un sujeto obtendría los mismos resultados si le fuera readministrado el test, es decir, la consistencia del instrumento al medir lo que se desea.

##### **4.2.1.- Procedimiento para medir la confiabilidad**

Un forma de medir la confiabilidad utilizada en esta investigación es la de Bustamante, (2003) llamada medida de correlación de un test, procedimiento que consiste en aplicar un instrumento si la necesidad de volverlo a aplicar ya que el sujeto obtendría los mismos resultados si se les readministrara el test.

Para evaluar la confiabilidad de los cuestionarios se determino el coeficiente de confiabilidad de Kuder Richarson, para ello se seleccionó una escala de 5 ítemes (problemas físicos) cada uno de ello se calificó con 0 y 1 punto si la respuesta incorrecta o correcta respectivamente. La respuestas emitidas por la muestra de 10 sujetos se tabularon en una tabla para determinar los valores correspondientes a los sujetos, cada pregunta se le asignó ( $p_i$ ) para calcular la proporción de los sujetos que respondieron bien y un ( $q_i$ ) para los que respondieron mal, el ítemes se calcula

dividiendo estos entre el número de sujetos.

Formula de Kuder Richarson (KR-20):

$$r = \frac{K}{K-1} \left[ \frac{S_t^2 - \sum p_i q_i}{S_t^2} \right] \quad (1)$$

Donde:

$K$ : número de ítems

$S^2$  : varianza de los puntajes totales.

El coeficiente de confiabilidad de Kuder Richarson obtenido para el instrumento cuestionario, es de 0.89 lo cual se le considero confiable para ser aplicado a las muestras de esta investigación (anexo 6).

La encuesta y la entrevista semi-estructurada se utilizaron para contrastarlas con las del cuestionario buscando determinar la concepción real del alumno sobre los tópicos en cuestión. En este sentido se presentaron diversas situaciones. En la mayoría de los casos el alumno ratifico su respuesta y dio una explicación consistente con la misma (independientemente de que tuviese o no correcta). En otros casos el alumno manifestó explicaciones discordantes con la respuesta dada en el cuestionario, que realmente no la justificaba, pero que sin embargo dejaba clara su concepción, la cual para efectos de la investigación, prevaleció frente a la respuesta del cuestionario.

Como resultado de lo anterior se determinó posteriormente si la concepción cotidiana evidenciada por el alumno para cada ítems, si apuntaba o no a la presencia del error según el indicador.

A continuación, en la tabla N° 4, se muestra la variable error, que permitirá la construcción del cuestionario.

**TABLA N° 4**  
**Variable error: construcción del cuestionario**

<b>DIMENSIÓN</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>ítems</b>
<b>A.- ERRORES POR EL USO INADECUADO DEL LENGUAJE GRAMATICAL</b>	A <sub>1</sub> : Plantea situaciones en discordancia con el enunciado A <sub>2</sub> : Lee incorrectamente el enunciado, realiza omisión de letras y/o números.	<b>Problema</b> 1-2-3-4-5
<b>B.- ERRORES POR ESCASA LECTURA COMPRENSIVA DEL PROBLEMA</b>	B <sub>1</sub> : Dificultades de comprensión del problema planteado, se pierde y es incapaz de dar alternativas.	1-2-3-4-5
<b>C.- ERRORES POR EL USO INADECUADO DEL LENGUAJE MATEMÁTICO</b>	C <sub>1</sub> : Utiliza inadecuadamente conceptos, símbolos y notaciones. C <sub>2</sub> : Plantea ecuaciones en discordancia con el enunciado del problema físico. C <sub>3</sub> : Utiliza inadecuadamente la terminología física.	1-2-3-4-5
<b>D.-ERRORES POR EXTRACCIÓN DE DATOS</b>	D <sub>1</sub> : Extrae los datos en forma incorrecta que se encuentran en el problema o añade datos extraños. D <sub>2</sub> : Utiliza valores numéricos de una variable para otra distinta.	1-2-3-4-5
<b>E.- ERRORES POR PROCEDIMIENTOS INADECUADOS EN LA RESOLUCIÓN</b>		1-2-3-4-5
<b>E<sub>1</sub>.- DESPEJE</b>	E <sub>1,1</sub> :Transcribe mal las cantidades al despejar la incógnita	
<b>E<sub>2</sub>.- DE ARITMÉTICA</b>	E <sub>2,1</sub> : Ejecuta incorrectamente operaciones de aritmética.	
<b>E<sub>3</sub>.- DE ALGEBRA (Demostración)</b>	E <sub>3,1</sub> : Utiliza una estrategia inadecuada en la demostración de una proposición con paso correcto pero no llega a la solución. E <sub>3,2</sub> : Manipula inadecuadamente los signos algebraicos.	
<b>E<sub>4</sub>.- DE CÁLCULO</b>	E <sub>4,1</sub> : Utiliza incorrectamente los procedimientos o algoritmos en la solución de problemas.	
<b>E<sub>5</sub>.- DE TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES</b>	E <sub>5,1</sub> : Aplica en forma incorrecta la regla de tres simple.	
<b>E<sub>6</sub>.- DEBIDO A LOS HÁBITOS ESCOLARES</b>	E <sub>6,1</sub> : Aplica un algoritmo memorizado sin reflexionar la pertinencia de su uso.	
<b>F.- ERRORES POR ARGUMENTACIÓN NO VÁLIDA DESDE EL PUNTO DE VISTA DE RAZONAMIENTO LÓGICO</b>	F <sub>1</sub> : Interpreta y usa inadecuadamente definiciones. F <sub>2</sub> : Construye y usa una implicación que no es verdadera.	1-2-3-4-5
<b>G.- ERRORES COMPROBACIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	G <sub>1</sub> : Verifica en forma incorrecta el resultado final.	1-2-3-4-5

Fuente: Dilia Linares (2005)

***CAPÍTULO V***  
***ANÁLISIS Y DISCUSIÓN***  
***DE RESULTADOS***

## **ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

### **1.- ANÁLISIS DEL ERROR EN EL APRENDIZAJE DE ALGORÍTMOS MATEMÁTICOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FÍSICOS**

El análisis efectuado para dar respuesta a los objetivos de esta investigación, serán esencialmente cualitativo, sin descartar la utilidad que brinda el análisis cuantitativo. Es de interés principal realizar el análisis cualitativo pues lo relevante para este estudio es vincular las respuestas de los alumnos con sus concepciones cotidianas en relación a los tópicos de resolución de problemas tratados, constituidos justamente por los tipos de errores que se estudian. En cierto casos, el error en concreto quedará claramente descubierto, sin embargo, para otros serán más profundos y complejos y se requiere por tanto de mayor detenimiento para su análisis; es menester ir mas allá con los detalles, mencionar ciertos casos en particular a fin de analizar sus cualidades para tratar de comprenderlo cabalmente. Por otra parte, un mero análisis cuantitativo pasaría por alto el fijar la mirada en algunos casos ciertamente muy particulares pero que muestran una idea de cuan arraigada puede llegar a estar cierta concepción o que revela creencias totalmente inesperadas, pero igualmente enriquecedoras.

Además, fue necesario determinar el número promedio de repeticiones de cada tipo de error (ver tabla N° 5), sumando dichos números y dividiéndolos entre el total de sujetos que cometieron el error de los veintinueve (29) que conforman la muestra. Se identificó el tipo de error con cada uno de los indicadores mencionados por dimensión, esto con la finalidad de cumplir con el objetivo específico N° 3: diseñar una estrategia de aprendizaje que permita hacer del error un recurso didáctico útil para llegar al conocimiento científico, para luego ser aplicada en aquellos que se encuentren más generalizados.

En atención a lo anterior, se analizó cada uno de los errores por indicador en su dimensión presentados en la tabla N° 5 estableciendo el registros por número de repeticiones del error a objeto de estudio, explicando sus características más relevantes, ilustrando dichas explicaciones con diversos ejemplos extraídos de las distintas situaciones presentadas durante la recolección de la información, en los instrumentos utilizados, para determinar también, las razones expuestas, su incidencia en la muestra desde el punto de vista cuantitativo y cualitativo.

**TABLA N° 5 DE REPETICIONES DEL ERROR POR INDICADOR**

VARIABLE	ERROR																
DIMENSIÓN	A. Por el uso inadecuado del lenguaje Gramatical	B. Por escasa lectura comprensiva del problema.	C. Por el uso inadecuado del lenguaje Matemática			D. Por extracción de datos.		E. Por procedimientos inadecuados en la resolución. E <sub>1</sub> : De despeje E <sub>2</sub> : De aritmética E <sub>3</sub> : De álgebra (Demostración) E <sub>4</sub> : De cálculo E <sub>5</sub> : De transformación de unidades E <sub>6</sub> : Debido a los hábitos escolares						F. Por argumentación no válida desde el punto de vista del razonamiento lógico	G. En la comprobación de los resultados.	T O T A L E S	
SUJ / INDICAD.	A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	E <sub>1,1</sub>	E <sub>2,1</sub>	E <sub>3,1</sub>	E <sub>3,2</sub>	E <sub>4,1</sub>	E <sub>5,1</sub>	E <sub>6,1</sub>	F <sub>1</sub>	G <sub>1</sub>	T
1	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1	-	3
2	1	3	3	2	3	4	1	1	5	5	4	5	2	3	1	3	44
3	1	2	-	2	4	3	1	1	5	4	5	4	2	3	2	3	42
4	1	1	4	1	2	2	1	1	2	4	2	3	2	3	2	3	33
5	-	-	-	-	2	1	2	1	1	2	3	3	3	2	1	3	25
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	1	-	3	3	2	2	1	1	4	3	5	3	3	3	1	2	37
8	2	-	4	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	32
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1	3	2
12	1	4	2	4	3	3	1	3	4	4	4	3	5	2	1	3	47
13	1	1	1	3	2	2	2	2	2	3	3	3	3	2	1	3	34
14	1	2	2	3	2	4	4	2	4	3	2	4	4	3	1	-	44
15	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1	-	3
16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	-	2	2	3	2	4	5	3	4	1	2	3	3	2	1	-	37
18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3	-
19	1	3	3	4	2	2	2	1	2	3	2	3	2	3	1	3	39
20	1	4	3	4	1	2	3	1	2	3	3	3	2	2	1	3	37
21	1	3	2	3	4	3	3	1	2	2	2	5	4	3	1	-	42
22	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1	-	3
23	-	2	1	1	2	2	2	2	1	1	3	3	3	4	1	3	31
24	1	3	2	3	1	1	2	1	1	2	2	3	2	5	1	2	33
25	2	3	3	2	4	3	3	2	1	2	3	3	3	2	1	4	36
26	1	-	-	2	3	3	3	2	1	2	3	4	2	4	1	2	33
27	2	-	-	4	2	3	2	2	2	3	2	3	2	2	1	3	34
28	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
29	-	1	2	2	2	1	2	-	2	2	2	5	2	2	1	2	28
SUMA	21	33	37	51	47	48	40	28	49	54	54	67	49	51	25	50	699
PROMEDIO	1,2	2,4	2,5	2,6	2,5	2,5	2,1	1,5	2,6	2,8	2,8	2,9	2,6	2,6	1,1	2,6	30,4

**1.1.- Análisis por indicador**

Partiendo de la tabla de repetición (tabla N° 5) donde se ubicó el número de veces que cada alumno incurre en el tipo de error por indicador y por dimensión y el número promedio de repeticiones de cada uno, se procedió a efectuar un análisis para cada uno de los indicadores en su dimensión, empleados para identificar cada uno de ellos correspondientes a la variable objeto de estudio, esto es, los diferentes tipos de errores previstos en la clasificación propuesta.

**A.- Errores por el uso inadecuado del lenguaje gramatical**

**Análisis cuantitativo**

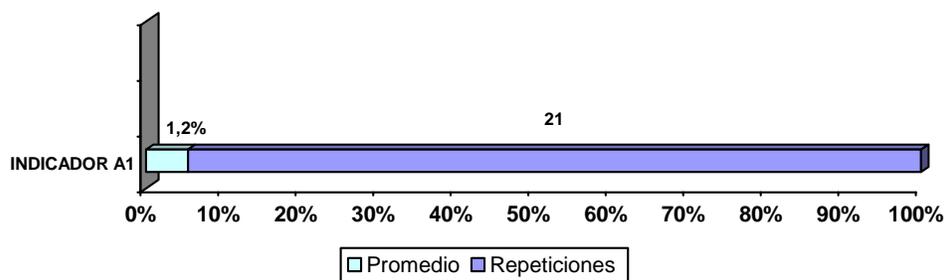
Para realizar este análisis se determinó el número promedio de repeticiones de cada indicador por dimensión. Esto permitió calificar los errores por indicador de acuerdo a las características establecidas. Utilizando la tabla N° 5 de repeticiones se determinó el número promedio de cada indicador en su dimensión, de los errores por el uso inadecuado del lenguaje (en gramática). Esta información se resume en la siguiente tabla.

**TABLA N° 6**  
**Promedio de repeticiones del error**  
**A. Por el uso inadecuado del lenguaje gramatical**

Indicador		N° de repeticiones del error por indicador	Promedio de errores en los alumnos
A <sub>1</sub> :	Plantea situaciones en discordancia con el enunciado	21	1,2

Fuente: Dilia Linares (2005)

**Gráfico N° 1**



Del total de errores por el uso inadecuado del lenguaje en la gramática, tal como se observa en la tabla, el valor promedio es de 1,2 ya que plantean situaciones en discordancia con el enunciado, realizando omisión de letras y/o números (símbolos).

Resultados como este no serían de mayor relevancia ya que, constantemente los profesores aprecian la deficiencia en el uso inadecuado de la gramática, en los trabajos propuestos a sus alumnos, y acostumbran a sugerir que deberían tomarse medidas iniciales en la inoperancia que ellos traen en los primeros semestres y la utilización de diversas estrategias de aprendizaje, como por ejemplo: leer variadas literaturas que les aporten nuevos conocimientos y así disminuir la incidencia de este tipo de errores.

### **Análisis cualitativo**

Este análisis está dirigido a señalar las características que presentan los errores por el uso inadecuado del lenguaje gramatical medidos en el indicador, lo cual se realizará a través de varios ejemplos que permitan al lector formarse una idea clara de esta labor

Con respecto al indicador **A<sub>1</sub>**: *Plantea situaciones en discordancia con el enunciado*

Se observaron los siguientes errores en la resolución de los problemas:

#### **Ejemplo a)**

En el problema N° 1, ¿cómo podemos aumentar al triple el valor de la fuerza entre dos cuerpos cargados? Argumenta de manera explícita.

#### **Procedimiento del alumno:**

“Como queremos triplicar la fuerza simplemente mutiplicamos por la tres fuerza 3.F”

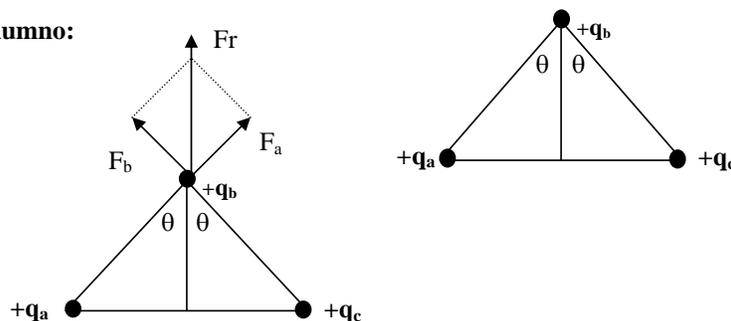
Puede observarse, que considera multiplicar la fuerza por tres sin tomar en cuenta que lo que ha escrito no concuerda con el resultado que se quiere ejemplificar.

**Ejemplo b)**

En el problema N° 3 ¿tres cargas  $+q_a, +q_b$  y  $+q_c$  quedan en las esquinas de un triángulo isósceles, como se ilustra en la figura, con  $q_a = q_c$ . Si  $F$  es la magnitud de la fuerza que ejerce las cargas  $q_a$  y  $q_c$  sobre  $q_b$ , ¿cuál es la magnitud de la fuerza total sobre  $q_b$ ?

**Procedimiento del alumno:**

“Proyección:”



**Razonamiento en el alumno:**

“Si la fuerzas se **repleie** forman un triángulo rectángulo por tal motivo utilizamos la ley de coseno”

El problema es de lectura, ya que obvia el triángulo isósceles, donde las fuerzas que actúan se encuentran en sus dos lados iguales en proporción, comete errores de fonema y relaciona mal el grafema.

**B.- Errores por escasa lectura comprensiva del problema**

**Análisis cuantitativo**

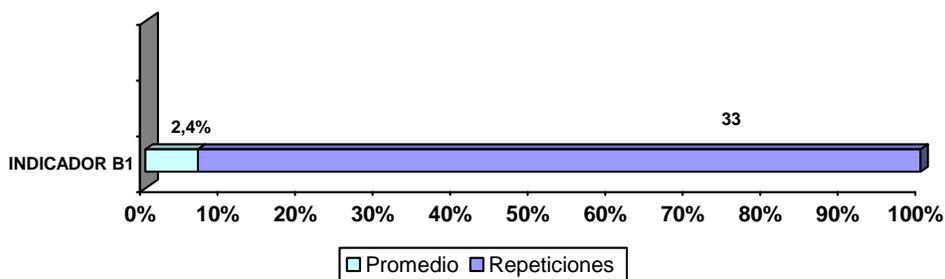
Partiendo de la tabla N° 5, de repeticiones de errores por indicador y dimensión se construyó la tabla N° 7, para reseñar el número promedio en el que aparecen los errores por indicador y dimensión, por escasa comprensión en la lectura del problema.

**TABLA N° 7**  
**Promedio de repeticiones del error**  
**B.- Por escasa lectura comprensiva del problema**

Indicador		N° de repeticiones del error por indicador	Promedio de errores en los alumnos
B <sub>1</sub> :	Dificultades de comprensión del problema planteado, se pierde y es incapaz de buscar alternativas	33	2,4

Fuente: Dilia Linares (2005)

**Gráfico N° 2**



En la tabla N° 7, se observa que el número promedio de repeticiones es de 2,4, determinado por la escasa comprensión en la lectura del problema, ya que plantea definiciones e hipótesis, corolarios y teoremas que no se les pide en el enunciado, o los inventa según convenga a los fines de su demostración, o simplemente no hace nada para resolver el problema sin usar algún dato.

Este tipo de dificultad lectora se presenta a partir de los problemas que tienen los alumnos tanto a nivel de procesamiento, como de automatización, es decir movilizan muchos recursos cognitivos, en su esfuerzo por relacionarlos y no pueden ir mas allá y por tanto no tienen oportunidad de desarrollarlos, y ponen en juego otros procedimientos.

**Análisis cualitativo**

A continuación presentamos un ejemplo para este tipo de error.

En el problema N° 1, ¿cómo podemos aumentar el triple del valor de la fuerza entre dos cuerpos cargados? Argumenta de manera explícita.

**Procedimiento del alumno:**

“Se multiplica el valor de la fuerza”

$$F_1 = (F)^3$$

Nótese que el alumno elige el procedimiento incorrecto para triplicar la fuerza utilizando la definición de potenciación, evidenciando que maneja distintos recursos cognitivos, pero sin ir más allá, poniendo en juego otros procedimientos.

**C.- Errores por el uso inadecuado del lenguaje matemático**

**Análisis cuantitativo**

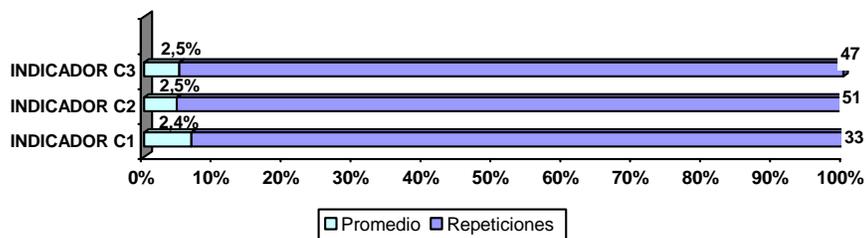
A continuación, en la tabla N° 8, se evidencia que el número promedios de repeticiones se debe al uso inadecuado de lenguaje matemático en cada indicador, donde el alumno puede traducir el problema a una ecuación en discordancia con el enunciado o cuando designe un concepto distinto al usual. Estos resultados se extraen de la tabla N° 5.

**TABLA N° 8**  
**Promedio de repeticiones por error**  
**C.- Por el uso inadecuado del lenguaje matemático**

	Indicador	N° de repeticiones del error por indicador	Promedio de errores en los alumnos
C <sub>1</sub> :	Utiliza inadecuadamente conceptos, símbolos y notaciones.	37	2,5
C <sub>2</sub> :	Plantea ecuaciones en discordancia con el enunciado del problema físico.	51	2,6
C <sub>3</sub> :	Utiliza inadecuadamente la terminología física.	47	2,5

Fuente: Dilia Linares (2005)

Gráfico N° 3



En la tabla anterior observamos que la mayor incidencia de errores fue en el planteamiento de ecuaciones en discordancia con el enunciado del problema físico, con un 2,6; seguido del uso inadecuado de los conceptos, símbolos y notaciones y del uso inadecuado de la terminología física con un 2,5 cada uno. Los alumnos no utilizan los recursos didácticos de los cuales disponen, al momento de solucionar sus ejercicios y por ello incurrir en errores al resolver un problema de física.

**Análisis cualitativo**

Del análisis realizado puede obtenerse una mejor visión de las características que adoptan los errores propios del lenguaje matemático para cada uno de los indicadores de esta dimensión.

Con relación al **Indicador C1**: "Utiliza inadecuadamente conceptos, símbolos y notaciones", se presentan a continuación algunos ejemplos representativos extraídos del cuestionario aplicado.

**Ejemplo a)**

En el problema N° 2, tres cargas eléctricas,  $q_a = +4.10^{-8} C$   $q_b = -10^{-7} C$  y  $q_c = -5.10^{-8} C$  están en el vacío y en línea recta. La distancia entre  $q_b$  y  $q_c$  es de 10cm. Calcular la fuerza con que  $q_a$  acciona a  $q_c$  sabiendo que  $q_a$  y  $q_b$  se atraen con una fuerza de 40 dinas.

**Procedimiento utilizado por el alumno:**

$$F_{12} = K \cdot \frac{q_1 q_2}{(d_{ab})^2} \Rightarrow d_{ab} = \sqrt{\frac{Kq_a q_b}{F_{12}}}$$

Como puede observarse, utiliza en la fórmula dos tipos de terminologías que tienden a confundir su sustitución o desarrollo.

**Ejemplo b)**

**Procedimiento utilizado por otro alumno:**

<p><i>Datos:</i></p> <p><math>q_a = +4 \cdot 10^{-8} C</math></p> <p><math>q_b = 10^{-7} C</math></p> <p><math>q_c = -5 \cdot 10^{-8} C</math></p> <p><math>K = 9 \cdot 10^9 N</math></p> <p><math>F_{ab} = 40 \text{ dinas} \Rightarrow 40 \cdot 10^{-5} N</math></p> <p><math>d_{bc} = 10 \text{ cm} = 0,1 m</math></p>	<p><i>Resolución: Acción entre <math>q_a</math> y <math>q_b</math></i></p> $F_{ab} = K \cdot \frac{q_a q_b}{(d_{ab})^2} \Rightarrow d_{ab} = \sqrt{\frac{K q_a q_b}{F_{ab}}}$ $d_{ab} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot 4 \cdot 10^{-8} C - 10^{-7} C}{40 \cdot 10^{-5} N}}$
---	---

Como puede observarse, omite el signo negativo en  $q_b$  en la extracción de los datos; además utiliza el símbolo matemático negativo en la carga  $q_b$ , convirtiendo el producto en una diferencia.

Con relación al **Indicador C<sub>2</sub>**: “Plantea ecuaciones en discordancia con el enunciado del problema físico”.

**Ejemplo c)**

**Procedimiento utilizado por el alumno:**

<p>Para hallar la distancia total y poder calcular la fuerza con que se accionan las cargas se utiliza la siguiente ecuación:</p> $d = V_0 + a \cdot t^2 / 2$
---

Se observa que el alumno elige una ecuación de movimiento uniformemente variado para determinar la distancia, cuando el procedimiento correcto es obtenerla a partir de la fuerza:

$$F_{ab} = K \cdot \frac{q_a q_b}{(d_{ab})^2} \Rightarrow d_{ab} = \sqrt{\frac{Kq_a q_b}{F_{ab}}}$$

Con relación al **Indicador C3**: "Utiliza inadecuadamente la terminología física".

**Ejemplo d)**

En el problema N° 1, ¿cómo podemos aumentar el triple del valor de la fuerza entre dos cuerpos cargados? Argumenta de manera explícita.

**Procedimiento del alumno:**

"La fuerza se multiplica por tres "  
 $3F = F$

Se evidencia que el alumno realizó una operación matemática elemental (no verdadera) sin considerar las implicaciones físicas del problema.

Algunas de las respuestas posibles podrían ser:

**Caso A:** Si se mantiene constante la distancia entre las cargas y se triplica una de éstas, la fuerza mutua se triplica; esto es:  $F' = 3F$

**Caso B:** Si la distancia se disminuye en  $\sqrt{3}$  la fuerza se triplica, es decir, si  $d'_{12} = \frac{d_{12}}{\sqrt{3}}$ , entonces  $F' = 3F$

**D.- Errores por extracción de datos**

**Análisis cuantitativo**

En la tabla N° 9 puede observarse el promedio de errores por extracción de datos del planteamiento de los problemas físicos, partiendo de los datos registrados en la tabla N° 5.

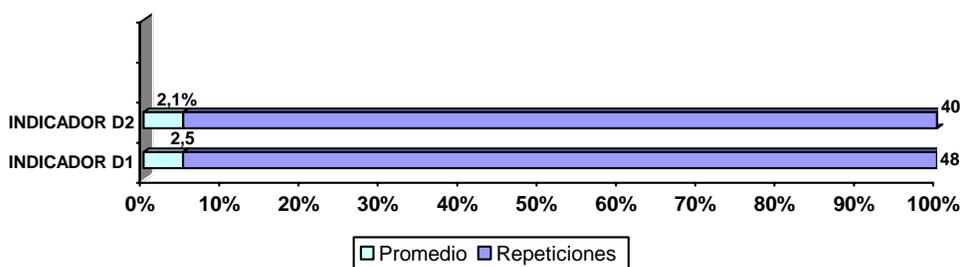
**TABLA N° 9**

**Promedio de repeticiones por error  
D.- Por extracción de datos**

Indicador		N° de repeticiones de errores por indicador	Promedio de errores en los alumnos
D <sub>1</sub> :	Extracción en forma incorrecta de los datos que se encuentran en el problema o añade datos extraños.	48	2,5
D <sub>2</sub> :	Utiliza valores numéricos de una variable para otra distinta.	40	2,1

Fuente: Dilia Linares (2005)

**Grafico N°4**



Esta tabla refleja la relación de los errores que cometieron los estudiantes por extracción de datos. Donde la mayor incidencia se encuentra reflejada al momento de extraer los datos en forma incorrecta con un promedio de 2,5; seguido de la no utilización de los valores numéricos con un 2,1. Lo que produce una discrepancia entre los datos extraños; o se olvidan de algún dato, o se contesta algo que no es necesario.

**Análisis cualitativo**

A continuación se presentan y analizan varios ejemplos, destacando las características que muestran claramente los tipos de errores extracción de datos

En relación con el indicador **D<sub>1</sub>**: extrae datos en forma incorrecta que se encuentran en el problema o añade datos extraños.

**Ejemplo a)**

Problema planteado N° 4.

4.1. Las cargas  $q_1 = 12\mu C$ ,  $q_2 = 350nC$ ,  $q_3 = 8320pC$  y  $q_4 = 724nC$  están en las esquinas del rectángulo, como se ilustra en la figura. ¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga  $q_2$  debido las otras cargas?

**Procedimientos del alumno:**

En su extracción de los datos, incurre en el siguiente error de transcripción.

<i>datos :</i>	
$q_1 = 12mC$	$q_1 = 12\mu C$
$q_2 = 350NC$	y los que debe utilizar son: $q_2 = 350nC$
$q_3 = 8322PC$	$q_3 = 8320pC$
$q_4 = 724NC$	$q_4 = 724nC$

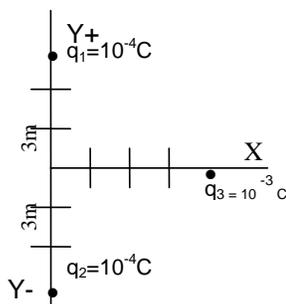
Esto nos indica que por haber cometido el error de extraer datos en forma incorrecta su respuesta podría se incorrecta tomando la consideración de los profesores que siempre hacen hincapiés en que deben extraer los datos con mucho cuidado y tacto.

En relación con el indicador **D<sub>2</sub>**: Utiliza valores numéricos de una variable para otra distinta.

**Ejemplo b)**

El Problema N° 5.

Dadas las cargas  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  situadas en el plano XY, tal como lo muestra la figura. Calcular la magnitud de la fuerza sobre la carga  $q_3$  por efecto de las otras dos.



**El procedimiento utilizado por un alumno:**

$$F_{12} = K \cdot \frac{q_1 q_3}{(d_{13})^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-2} N}{(5)^2}$$

Cuando el correcto es  $F_{12} = K \cdot \frac{q_1 q_3}{(d_{13})^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{10^{-4} C \cdot 10^{-3} C}{(5)^2}$ .

**E.- Errores por procedimientos inadecuados en la Resolución.**

**E<sub>1</sub>: Despeje.**

**E<sub>2</sub>: De Aritmética**

**E<sub>3</sub>: De Algebra (Demostración)**

**E<sub>4</sub>: De Cálculo**

**E<sub>5</sub>: De transformación de unidades**

**E<sub>6</sub>: Debido a los hábitos escolares.**

**Análisis cuantitativo**

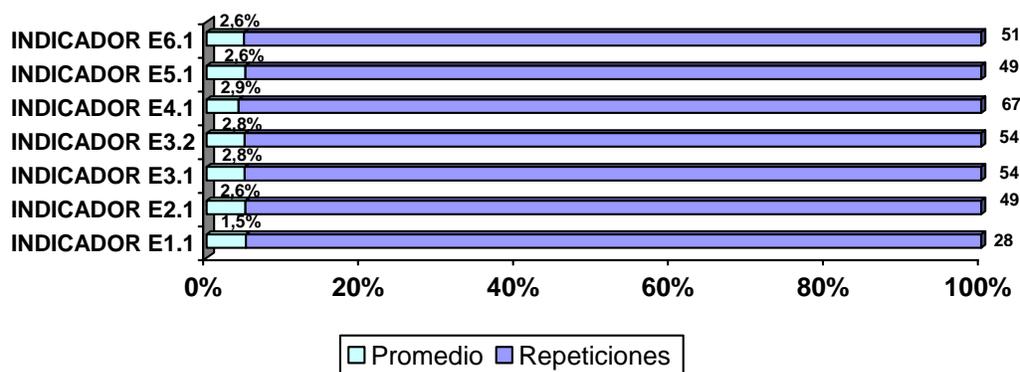
En la tabla N° 10 que aparece a continuación, se puede observar el promedio de repeticiones de cada indicador por dimensión. Esto permitió calificar los errores por indicador de acuerdo a las de por procedimientos inadecuados en la resolución referidos al total encontrado.

**TABLA N° 10**  
**Promedio de repeticiones del error**  
**E.- Por procedimientos inadecuados en la resolución**

Indicador		N° de repeticiones del error por indicador	Promedio de errores en los alumnos
E <sub>1.1</sub>	Transcribe mal la cantidad al despejar la incógnita.	28	1,5
E <sub>2.1</sub>	Ejecuta incorrectamente operaciones de aritmética.	49	2,6
E <sub>3.1</sub>	Utiliza una estrategia inadecuada de una proposición con pasos correctos pero no llega a la solución.	54	2,8
E <sub>3.2</sub>	Manipula inadecuadamente los signos algebraicos	54	2,8
E <sub>4.1</sub>	Utiliza incorrectamente los procedimientos o algoritmos en la solución del problema	67	2,9
E <sub>5.1</sub>	Aplica en forma incorrecta la regla de tres simple	49	2,6
E <sub>6.1</sub>	Aplica un algoritmo memorizado sin reflexionar la pertinencia de su uso.	51	2,6

Fuente: Dilia Linares (2005)

**Gráfico N° 5**



Como puede constatarse en la tabla N° 10. En el uso inadecuado de los procedimientos el mayor promedio de repeticiones del error tiene un 2,9 debido al uso incorrecto de los procedimientos o algoritmos, seguidos de estrategia inadecuada en una proposición y manipulación incorrecta de signos con un 2,8, así mismo continúan la aplicación incorrecta de regla de tres, y la aplicación de

algoritmos memorizados e inoperancia de la aritmética con un 2,6 y por último con 1,5 se encuentra el no saber despejar la variable o incógnita.

**Análisis cualitativo**

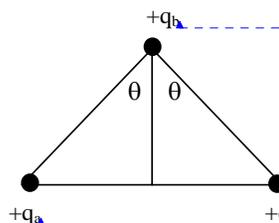
A través de los ejemplos mas relevantes daremos una demostración de los mismos entre ellos tenemos los siguientes :

En lo que respecta al **indicador: E<sub>3,1</sub>** Utiliza una estrategia inadecuada de una proposición con pasos correctos pero no llega a la solución.

**Ejemplos a)**

Problema N° 3 y 1

3. Tres cargas  $+q_a$ ,  $+q_b$  y  $+q_c$  quedan en las esquinas de un triangulo isósceles, como se ilustra en la figura. Con  $q_a = q_c$  Si  $F$  es la magnitud de la fuerza que ejercen las cargas  $q_a$  y  $q_c$  sobre  $q_b$  . ¿Cuál es la magnitud de la fuerza total sobre  $q_b$  ?



Con formato: Fuente: 11 pt

Con formato: Fuente: 11 pt

Con formato: Fuente: 11 pt

**Procedimiento utilizado por un alumno:**

Al representar geoméricamente las fuerzas en forma de vector observamos, que se forma un rectángulo y aplicamos:

$$F_t = \sqrt{F_{ab}^2 + F_{cb}^2} = \sqrt{F_{ab}^2 + F_{ac}^2} =$$

En el Problema N° 1, ¿Cómo podemos aumentar al triple el valor de la fuerza entre dos cuerpos cargados? Argumenta de manera explicita.

**Procedimiento del alumno:**

“Sabemos que la fuerza  $F_{12} = K \cdot \frac{q_1 q_2}{(d_{12})^2}$ , como queremos triplicarla, simplemente multiplicamos la ecuación por tres.

$$“ 3 F_{12} = 3 K \cdot \frac{q_1 q_2}{(d_{12})^2} ”$$

En lo que respecta a los **indicadores:**

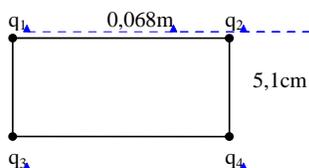
**E<sub>4.1</sub>**. Utiliza incorrectamente los procedimientos o algoritmos en la solución del problema

**E<sub>2.1</sub>** Ejecuta incorrectamente operaciones de aritmética

**Ejemplo b)**

Problema N° 4

4. Las cargas  $q_1=12\mu\text{C}$ ,  $q_2=350\text{nC}$ ,  $q_3=8320\text{pC}$  y  $q_4=724\text{nC}$  están en las esquinas del rectángulo, como se ilustra en la figura. ¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga  $q_2$  debido las otras cargas?



Nota:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{C}$   
 $1 \text{nC} = 10^{-9} \text{C}$   
 $1 \text{pC} = 10^{-12} \text{C}$

Con formato: Fuente: 10 pt

**Procedimiento utilizado por el alumno:**

$$F_{12} = K \cdot \frac{q_1 q_2}{(d_{12})^2} = \frac{9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times 10^{-4} \text{C} \times 10^{-3} \text{C}}{(5)^2} = \frac{981 \times 6 \times 10^3}{25} = 2,35 \times 10^{-3}$$

El alumno efectúa operaciones de adición y multiplicación en el procedimiento sin percatarse de que la transcripción o sustitución de los datos mal escritos lo conlleva a cometer el error.

**F.- Errores por argumentaciones no validas desde el punto de vista del razonamiento lógico.**

**Análisis Cuantitativo.**

En la tabla N° 5 donde se registraron los las repeticiones del error. El número promedio en el razonamiento por indicador con respecto al total errores encontrados y los que cometieron los alumnos aparecen reflejados en la siguiente tabla N° 11 como se muestra a continuación.

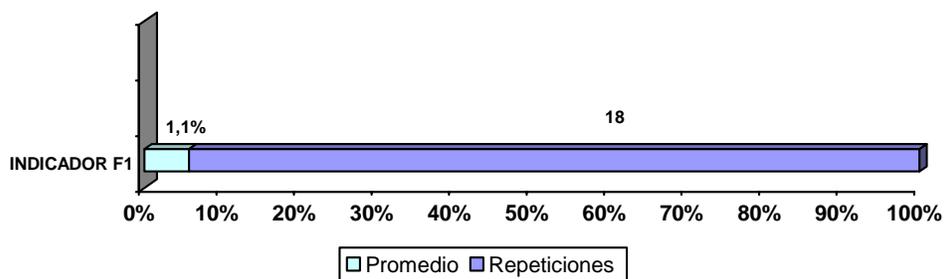
**TABLA N° 11**

**Promedio de repeticiones del error  
F.- Por argumentación no valida desde el punto de vista de razonamiento lógico.**

Indicador	N° de repeticiones del error por indicador.	Promedio de errores en los alumnos
F1: Interpreta y usa inadecuadamente definiciones	18	1,1

Fuente: Dilia Linares (2005)

**Gráfico N° 6**



Como puede observarse en la tabla N° 11, el número promedio de repeticiones de error en los alumnos es de 1,1 y se debe al mal uso de las definiciones físicas conduciendo a los alumnos a emplearlas en forma incorrecta en la solución del problema, suponiendo datos convenientes para la

solución. Llama la atención el bajo promedio que registra este indicador. Pues la experiencia pareciera apuntar en otras direcciones. Sin embargo, para dar respuesta a esta inquietud se hizo una revisión de las definiciones que tiene la cátedra física para la unidad y se encontró que todas son manejadas en el curso, esto implica que la ocurrencia de error en el ambiente del cuestionario se ve disminuida y probablemente ocurre con mayor frecuencia.

### **Análisis cualitativo**

Mediante el análisis de los ejemplos de errores de razonamiento para cada indicador se podrá visualizar el alcance de estos tipos de errores. Analizando este indicador se encontró este tipo de ejemplo.

En el Problema N° 1, ¿Cómo podemos aumentar al triple el valor de la fuerza entre dos cuerpos cargados? Argumenta de manera explícita.

#### **Procedimiento utilizado por el alumno:**

Sabemos que la fuerza es igual  $F_{12} = K \cdot \frac{q_1 q_2}{(d_{12})^2}$ , como queremos triplicar la fuerza

simplemente multiplicamos por tres.

$$3 \cdot (F_{12} = K \cdot \frac{q_1 q_2}{(d_{12})^2}) = 3 F_{12} = 3 K \cdot \frac{q_1 q_2}{(d_{12})^2}$$

Este procedimiento fue realizada solo con implicaciones matemáticas más no física ya que si se tiene una concepción sobre lo que se le esta pidiendo el alumno podría justificar en forma física, ya que los cuerpos están totalmente cargados y es importante tener presente que la ley de Coulomb es válida para cuerpos cuyas dimensiones sean pequeñísimas con respecto a la distancia que les separa.

### **G. Errores en la comprobación de los resultados**

#### **Análisis Cuantitativo**

Estos son los errores que tienen menor relevancia para este estudio por tratarse de aquellos derivados básicamente de la falta de cuidado o quizás de la poca intuición al realiza el problema, con



**TABLA N. 13.**

**REPETICIONES DEL ERROR EN EL INDICADOR**  
**E.- Por procedimientos inadecuados en la resolución**  
**E<sub>4.1</sub>: Utiliza inadecuadamente los procedimientos o algoritmos**

**SUJETOS**

<b>INDICADOR</b>	1	2	3	4	5	7	8	11	12	13	14	17	19	20	21	22	23	25	26	27	29	SUMA	PROMEDIO
<b>E<sub>4.1</sub>: Utiliza incorrectamente los procedimientos o algoritmos en la solución del problema</b>	-	1	1	-	-	-	-	-	-	1	1	1	1	1	-2	-	2		-	-	-	11	0,4

aquellas competencias en la ejecución de las operaciones aritméticas, como errores debido a la mala transcripción de signos y cantidades y a la mala ejecución de operaciones elementales

Utilizando los datos de la tabla N° 5 se obtuvo información necesaria para construir la tabla N° 12 en el cual aparece a continuación con el número promedio de los errores producidos por la falta de revisión en los resultados con el número de errores que se cometió por indicador.

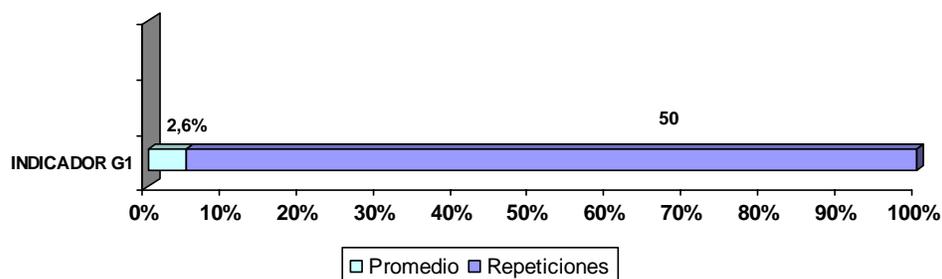
**TABLA N° 12**

**Promedio de repeticiones del error  
G.- En la comprobación de los resultados**

Indicador		N° de repeticiones del error por indicador.	Promedio de errores en los alumnos.
G <sub>1</sub> :	Verifica en forma incorrecta el resultado	50	2,6

Fuente: Dilia Linares (2005)

**Gráfico N° 7**



**Análisis Cualitativo**

Los errores por falta de verificación de los resultados ocurren cuando el alumno no verifica el resultado después de haber ejecutado distintas operaciones aritmética, algebra, cálculos en la resolución del problema sin percatarse de que este bien o no. De los 29 alumnos, el número promedio de los alumnos, o sea, el 2,6 incurrió en este tipo de error y se puede destacar que la mayoría de los alumnos tenían problemas de este tipo en los problemas planteados y que tal vez no le dan importancia al revisar.

Después de haber analizado y estudiados los resultados de la investigación, es menester diseñar una estrategia de aprendizaje que permita hacer del error un recurso didáctico útil para llegar al conocimiento científico.

Del análisis realizado en los puntos precedentes se desprende que el número promedio de repeticiones de errores de los alumnos con mayor incidencia se encuentra el de procedimientos inadecuados en la resolución de los problemas físicos, específicamente en los de cálculo o aplicación E<sub>4.1</sub>: Utiliza incorrectamente los procedimientos o algoritmos en la solución del problema. Con un promedio de 2,9 repeticiones del error en los alumnos, entendiéndose como el más alto promedio en la población de estudio, concluyendo que su carácter se encuentra presente de manera generalizada en dicha muestra y no meramente en ciertos casos aislados. Por tal motivo se establece un diseño de estrategia centrada en este tipo de error y estudiar las concepciones que traen los alumnos para los procedimientos de cálculo y su aplicación.

## **2.- APLICACIÓN DE LA ESTRATEGÍA**

Este diseño tiene el propósito de colocar a disposición de los docentes y alumnos del nivel superior cierta orientación sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática y la física con la aspiración de que sean los docentes quienes construyan su aprendizaje

### **2.1.- Estrategia:**

- Trabajar los conceptos y procesos Matemáticos y Físicos respetando las etapas de desarrollo que se dan en su representación cognitiva, asegurándonos de evitar que el sistema antiguo de signos no presente dificultad en su complejidad y que cada objeto físico este claramente definido.

**Actividad:** Realizar un Taller con una duración de 2 horas académicas a los 23 alumnos que incurrieron con este tipo de error con el fin de cumplir con los siguientes objetivos:

#### **Objetivos:**

- a) Repetir con tus propias palabras y por escrito, las ideas aproximada del significado de las unidades de carga eléctrica: Coulomb y Microcoulomb.

- b) Escribir un comentario, con tus propias palabras sobre el significado físico de la constante K.
- c) Resolver, por escrito y correctamente cada uno de los problemas propuestos.
- d) Repetir con tus propias palabras, en forma razonada y por escrito los problemas propuestos
- e) Resolver por escrito los problemas, razonando cada uno de los pasos dados y hasta lograr la misma respuesta.

Esta actividad permitió al investigador actuar como facilitador provocando conflictos que hacen pensar al alumno sobre los conocimientos que él trae en forma errónea, forzándolo a participar activamente en la solución de su propio conflicto tratando de sustituir los conceptos falsos que ha creado por los adecuados y verdaderos generando discusiones que son de gran valor para crecer y tratar de minimizar los errores para luego ser superados.

Luego de haber desarrollado la actividad con los 23 alumnos que presentaron este tipo de error se les aplicó nuevamente el cuestionario, el cual nos permitió verificar la incidencia del error por procedimientos de aplicación específicamente el E<sub>4.1</sub>. Utiliza incorrectamente los procedimientos o algoritmos en la solución del problema, Errores del cálculo. A continuación presentamos el análisis de la actividad.

## **2.2.- Análisis de la actividad.**

Haciendo uso de la tabla N° 5 de repeticiones del error por indicador donde se registraron los datos por primera vez y los resultados de los nuevos registros tabla N°13 obtenida después de ser aplicada la estrategia en el indicador E<sub>4.1</sub>. Utiliza incorrectamente los procedimientos o algoritmos en la solución del problema, realizamos una comparación en la que se puede observar que en la componente de este indicador el número promedio de repeticiones del error al inicio de la investigación era de 2,9 de los veintinueve (29) alumnos que conformaban la muestra, a los veintitrés (23) alumnos que cometieron este tipo de error, se les practicó esta estrategia .

Una vez realizada y aplicada la estrategia se pudo demostrar que se vio disminuido en un 0.4 del número promedio en su repetición. Lo cual nos indica que la gran mayoría de ellos superó la prueba.



A continuación se presenta la tabla N° 14 con la comparación del número promedio de repeticiones del error.

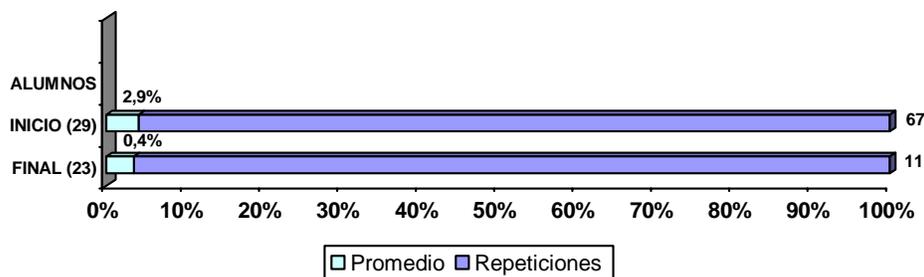
**TABLA N° 14**  
**Comparación de los promedios de repeticiones del error por indicador**  
**E.- por procedimientos inadecuados en la resolución**  
**E4.1.- Errores de cálculo**

E.4.1 Utiliza incorrectamente los procedimientos o algoritmos en la solución del problema			
	Repeticiones de errores por indicador	N° de alumnos	Promedio de errores
Inicio	67	29	2,9
Final	11	23	0,4

Fuente: Dilia Linares (2005)

**Gráfico N° 8**

**E4.1.- ERRORES DE CÁLCULO**



En virtud de estos resultados se hace inminente realizar la modificación de estrategias de enseñanza por parte del docente y la buena selección de problemas, al respecto Brousseau (1997). Plantea que el alumno no hace ciencias si no se ocupa del problema, de ninguna manera debe pensarse que tiene disminuida su capacidad de razonamiento. Excluyendo a aquellos alumnos que no están comprometidos con su proceso de enseñanza, que los hay, estos resultados parecieran traducir que no se ha tenido la suficiente ejercitación en cuanto a la aplicación para dar solución a los problemas.

Los resultados derivados de este análisis revelan que los estudiantes no pueden ser tratados de forma homogénea con relación a los errores que se cometen en las ciencias, debido a que incurren en el error de varias maneras, siendo incluso la frecuencia y tipo de errores distintos para cada estudiante.

Como se sabe, El sistema educativo venezolano de acuerdo con los lineamientos establecidos por los gobiernos, han sido dirigidos hacia los resultados; más que al proceso, lo cual implica que en la mayoría de los casos se ha sembrado en el alumno concepciones con métodos repetitivos para dar solución a los problemas.

De hecho se podría haber influido en la adquisición de estos conocimientos erradamente en el alumno, hasta tal punto que se haya interiorizado la creencia de que estudia en función de obtener un resultado, o la nota de aprobación del curso y no en función de su aprendizaje, de modo que podría estar considerando a los errores como importantes, pero no para alcanzar su aprendizaje, sino más bien como medio para conseguir su objetivo definitivo como lo es la nota.

## ***CONCLUSIONES***

## CONCLUSIONES

Al analizar a través de los años acerca de los errores de los alumnos y, más recientemente, el sentido del concepto que este tiene, nos permite indagar sobre aquellos que en cierta forma persisten y se repiten a pesar de tratar de corregirlos utilizando distintos métodos para lograrlo.

Luego de una revisión de los aportes y sugerencias de reconocidos especialistas en el área, tanto a nivel nacional como internacional, tales como BROSSEAU, (2001) en su análisis del profesor sitúa al error en una forma práctica desglosándolo en cuatro categorías, del cual se tomó para esta investigación; el relacionado con el error de nivel teórico que se basa en que el profesor atribuye los conocimientos teóricos del alumno que sirven de base a la tecnología y a las técnicas asociadas y es muy utilizado por los profesores pues identifican al error con una falta de conocimiento del programa e incurrir en el mismo proyecto que conocen, esta estrategia tiene ventajas, pero puede llevar a bloqueos cuando el diagnóstico del profesor es falso o a una nueva enseñanza que no permite modificar las respuestas del alumno. Otro autor como Astolfi en 1999 establece una tipología para los errores basadas en 8 tipos de errores que usan como lista de chequeo ante la aparición de un error para el alumno. Y otros autores como Radatz entre otros, que en base a su tipología me sirvieron de orientación para realizar esta investigación. Se propuso una tipología de los errores, que permitiera identificarlos y así poder desarrollar una estrategia dirigida a los estudiantes de Física II, de la especialidad Metalurgia, del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo, para hacer del error un recurso útil en el proceso de enseñanza – aprendizaje, cumpliendo de esta manera todas las etapas de desarrollo de la presente investigación, que generaron las siguientes conclusiones:

### ➤ **Tipología Diseñada**

La tipología usada resultó ser la adecuada para la identificación de los errores en los que incurrir los alumnos, en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas físicos, los cuales pudieron evidenciarse según su clasificación por dimensión e indicador en el cuestionario, la encuesta y la entrevista semi-estructurada, por lo que se considera un aporte significativo de la investigación. Su importancia radica en dar nuevos aportes al proceso de enseñanza aprendizaje, para que haya un mejor entendimiento del método utilizado al momento de adquirir nuevos conocimientos. El conocimiento de los errores es indispensable en el acto educativo, tal como

lo afirma (Bachelard ,1938 citado por Astolfi, 1999. <sup>(a)</sup>) *“el error no es sólo una consecuencia inevitable de los límites humanos, sino la propia forma de construcción del progreso del saber científico”*

➤ **Identificación de los Errores.**

De acuerdo a la tipología diseñada se evidenciaron en los alumnos los errores siguientes: Del uso inadecuado del lenguaje gramatical, por escasa lectura comprensiva del problema, por el uso inadecuado del lenguaje matemático, por extracción de datos, por procedimientos inadecuados en la resolución (despeje, de aritmética, de algebra, de calculo, de transformación de unidades y debido a los hábitos escolares), por argumentación no valida de razonamiento lógico y la comprobación de los resultados.

Los errores que se presentaron con mayor número promedio en la escala respecto al total de repeticiones encontradas fue: la de procedimiento inadecuado en la resolución, específicamente la de cálculo, con un valor de 2,9, seguido por los de algebra (2,8), uso inadecuado del lenguaje matemático (2,8), los de transformaciones de unidades (2,6), los de hábitos escolares (2,6), comprobación de los resultados (2,6), extracción de datos (2,5), por escasa lectura comprensiva del problema (2,4), por el uso inadecuado del lenguaje gramatical (1,2) y por último con un menor valor promedio el de la argumentación no válida desde el punto de vista de razonamiento lógico (1,1).

➤ **Estrategia Didáctica y Logros**

En la construcción de los conocimientos aparecen sistemáticamente los errores, en los cuales deben incluirse criterios de diagnosis, corrección y superación de los mismos, mediante actividades que promuevan la crítica de sus apariciones; debido a la persistencia y la presencia de algunos de ellos ; demuestra que los errores influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos y se hace imprescindible que sean reconocidos para asumir la necesidad de superarlos a fin de obtener logros de aprendizaje es por ello que se diseñó una estrategia para corregir los conocimientos errados que tienen los alumnos, en cuanto a la base de su formación previa y que en un momento determinado; se emplean mal, por un inadecuado manejo de los mismos.

Operaciones tan sencillas como el cálculo de operaciones matemáticas elementales, en la que el alumno, fue incapaz de resolver correctamente dichos problemas, nos dio una gran inquietud para diseñar una estrategia que pudiera ser aplicada para superar dichas dificultades. Se practicó una actividad la cual consistió en trabajar los conceptos Matemáticos y Físicos en la resolución de problemas, asegurándonos de su máxima comprensión. En la muestra utilizada para esta investigación, a los cuales se les practico el estudio, arrojando como resultado la disminución de este tipo de error.

El propósito de este diseño es poner a disposición de los docentes y alumnos del nivel superior una orientación sobre el proceso de enseñanza, aprendizaje de la matemática y la física, aspirando que los docentes construyan su propio aprendizaje.

## ***RECOMENDACIONES***

## RECOMENDACIONES

Una vez analizados los resultados de la investigación es menester proponer una serie de acciones que le den prosecución al trabajo realizado.

A continuación algunas recomendaciones:

- Notificar a los docentes que formaron parte de esta investigación, de los resultados obtenidos a fin de que puedan manifestar sus opiniones en relación al proceso desarrollado por sus estudiantes.
- Dar a conocer los resultados de esta investigación a los docentes del Departamento de Física de la distintas especialidades del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo (I.U.T.M).
- Facilitar la tipología diseñada a los docentes de la cátedra de Física para que sea utilizada como recurso e identifiquen los errores de los algoritmos matemáticos en la resolución de los problemas de física en sus estudiantes.
- Dar a conocer la estrategia a los docentes de la cátedra de Física II del Instituto Universitario de Tecnología Maracaibo para que sea aplicada en forma clara y sencilla y así obtener resultados favorables.
- Implementar cursos, talleres, charlas, con la finalidad de promover verdaderos cambios en la enseñanza de la Matemática y la Física, no sólo en el ámbito universitario sino en otros niveles más bajos del sistema educativo. De modo que se desarrolle en el estudiante un conocimiento integral de estas áreas del conocimiento para que en el futuro minimicen sus errores y se autoevalúen.
- Seguir realizando estudios en los cuales involucren los errores aquí identificados a fin de constatar la consistencia de los hallazgos de esta investigación.

- Llevar a cabo investigaciones en la misma área con el fin de identificar otros posibles errores en la resolución de problemas físicos, no solo dentro de su población, sino también en estudiantes de otras asignaturas del departamento.
- Poner a disposición de otras comunidades de investigadores en educación, a los fines de utilizarlo como herramienta de diagnóstico en grupos de profesores para evaluar su desempeño y la importancia de la relación entre sus creencias y la práctica docente.
- Seguir diseñando situaciones didácticas apropiadas que permitan a los alumnos reintegrar la presencia del error involucrado en el proceso eventualmente que lo conduzca a superarlo.

***REFERENCIAS  
BIBLIOGRÁFICAS***

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Ahumada, Pedro (1997) El aprendizaje significativo y su incorporación a la docencia superior. En Universidades Católicas de Valparaíso (Eds). Perspectiva Educacional. Aprendizaje Significativo. Chile. pp.9-11.
- Andrés, Maite y De Bascones, Jeannette (2000) El profesor de física. Un estudio Diagnostico en Venezuela. Attas VII Conferencia Inter-Americana sobre Educación en Física. CD-ROM Porto Alegre. Brasil.
- Arrieta, Xiomara y Delgado, Mercedes. (1999). Resolución de Problemas de Física. 1º año de Ciencias. Material mimeografiado, Universidad el Zulia. pp. 1-4.
- Astolfi, Jean Pierre (1999) <sup>(a)</sup>. El “error, un medio para enseñar. España. DIADA. Editorial S.L. 1ª edición.
- Astolfi, Jean Pierre. (1999). Conceptos claves en las didácticas de las disciplinas. Paris, Francia. INRT pp. 93-97
- Astolfi, Jean Pierre; Peterfalvi, Brigitte y Vérin, Anne. (1997) Les transformación de la matière, objectifs-obstacles et situations d'apprentissage, París: INRP, 267p.
- Astolfi Jean Pierre y Develay, Michel (1989). La didactique des sciences. Paris: PUF, ¿Que sais-je?
- Ausubel, David al. 1983. Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo, ed. Trillas: México; trad. Mario Sandoval Pineda.
- Borasi, Raffaella. (1986). On the nature of problems. Educational Studies of Mathematics', Vol 17. Pp.125-141
- Brousseau, Guy Olivier. (2001)(a). Les obstacles epistemologiques. Et Les probleme “tenn Feignement”.recheches en didactiques de matemhatique.
- Brousseau, Guy Olivier. (2001)(b). Les erreurs des élèves en mathematiques. Traducido por Brigitte bernard. Artículo no publicado.
- Brousseau, Guy Olivier. (1997). Theory of didactical situations in Mathematics. Editado y traducido por Balacheff, Nicolas, Cooper.,Martin. Sutherland, Rosamund. y Warfield, Virginia. Grand Bretaña. Mathematics Education Library. Kluwer Academic Publishers.

Brousseau, Guy, Davis Roke., Werner, T. (1986). Observing student at work En Christiansen B.Howson G., Otte M. (Edts) .Perspectives on Mathematics education. Dorderecht: Reidel Publishin Company.

Bruner,Ausubel.(1973).Constructivismo y Teoría Socio cultural Aebli, H. (Una Didáctica Fundada en la Psicología de Jean Piaget).

Bustamante, Froilán (2003). "Estadística General con aplicaciones". Mimeografiado. La Universidad Cecilio Acosta. Maracaibo, Venezuela.

Busot , J (1991) . Investigación Educativa. Segunda edición . Editorial de la Universidad del Zulia. Venezuela

Carretero, Mario. (1993). Desarrollo cognitivo y aprendizaje, Constructivismo y educación Progreso. México.

Cruz, Cipriano. (1992). "Los factores afectivos en la enseñanza de la Matemática". Enseñanza de la Matemática. Vol. 1, N° 2.

Cruz, Cipriano. (2000). La solución de problemas y sus implicaciones didácticas. Material Mimeografiado. Departamento de Matemática Aplicada. Facultad de Ingeniería. Universidad Central de Venezuela.

De Bascones, J. (2001). Resolución de problemas de papel y lápiz en Física. Imprenta Gerardo Toro. Instituto Pedagógico de Caracas. Venezuela.

De Báscones, Jeannette. (2000). El profesor de Física: Un estudio Diagnóstico en Venezuela. Attas VII Conferencia Inter.-Americana sobre Educación Física, CD- ROM Porto Alegre, Brasil.

Delval, Juan. (2001). Aprender en la vida y en la escuela. 2ª edición. Madrid. España. Morata.

Díaz, Frida; Carretero, Mario. (1998)."Constructivismo y Educación". Ed. Elvives. Zaragoza.

Esteley, C.; Villarreal, M. (1990). Categorización de errores en Matemática de Matemática. Vol. XVIII. Número 70. Universidad CAECE. Buenos Aires. XIII REM.

Espinoza, Ramón. (2000). Un tratamiento del Error en que incurren el Estudiantes en su Trabajo de Matemática. Una Empresa Docente, disponible en: <http://157.253.25.2/servidor/ued/revistaema/vollnm1/alFF3.htm/>.

Franchi; Lissette. (2002). El Status del Error en el Aprendizaje de la Geometría del Nivel Superior. La Universidad del Zulia. Maracaibo.

- Fishbane, Paúl; Gaciorowicz, Stephen; Stephen; Thornton. (1994). Física para ciencia e ingeniería. 1ª Edición. Vol.1.traducido: cruzado Raymundo; Pérez Moisés; calderón Miguel; Santalla Joaquín; Liquidano Julián, Sierra Alberto. México. Editorial. Prentice. Hall.
- Florez, Rafael. (1999). Evaluación pedagógica y cognición. Evaluación Colombia. Emma Arias Herrera. Editorial: MacGraw Hill. Interamericana, Colombia.
- Gil, Daniel. (1991). El Modelo Constructivista de Enseñanza/Aprendizaje de las ciencias: Una Corriente Innovadora Fundamentada en la Investigación. Organización de Estados Iberoamericanos. [http://www.oei.org.co/oeivirt/gi\\_l02.ht](http://www.oei.org.co/oeivirt/gi_l02.ht).
- Gómez, Pedro. (1993) Fundamentos y métodos de la Educación Matemática. Una Empresa Docente. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.<http://ued.uniandes.ed.co/servodor/resumenes/balacheff>
- González, Freddy. (1995) El Corazón de las Matemáticas. Serie Temas de Educación Matemática. Parte 3. 1ª edición. Maracay, Venezuela.
- González, L. y Sánchez, E. (1995). Comprender el enunciado. Primera dificultad en la resolución de problemas. Alambique. Didáctica de las Ciencias Experimentales. No.5.
- Krulik, Stephen; Rudnick, Jesse (1994) La reflexión: Estrategias para razonar y resolver problemas. Arithmetic Teacher, Vol. 41, numero 6,
- López, María (1996). Bachelard: o filosofo da desilusão. Cad.Catarinense de Ens. de Física.
- Macedo, Lino. (1994) de. Para uma aplicação pedagógica da obra de Piaget. in Ensaios construtivistas. São Paulo: Casa do Psicólogo.
- Mc. Guigan, F. (1996) Métodos de Investigación científica. México Prentice Hall. Sexta Edición.
- Molero, Paola. (1999). Relación entre el Dominio de los Formalismos Matemáticos y la Resolución de Problemas” Trabajo de grado. La Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela.
- Moreira, Marco. (2001). La enseñanza de la física para un aprendizaje significativo. Universidad Federal do Rio Grande do Sul. 91501-970 Porto Alegre, RS, Brasil.
- Pesa, Marta. (2002). La epistemología Bachelardiana. Aportes a la Enseñanza y al aprendizaje de las ciencias. EN: Investigación en la enseñanza de la Física, compilado por: María Maite Andrés. Instituto Pedagógico de Caracas, Venezuela. Biblioteca Nacional Venezuela. Tucumán, Argentina.

- Pesa, Marta (2002) La epistemología Bachelardiana aportes a la enseñanza y al aprendizaje de las ciencias. Departamento de física Fac. De ciencias exactas y tecnología. Universidad Nacional de Tucumán. Argentinas. Memorias de la escuela latinoamericana Caracas. Venezuela pp. .97-106.
- Pérez, Daniel; De Guzmán, Miguel (2002). Enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Organización de Estados Iberoamericanos para la educación de las ciencias y la cultura. Editorial Popular .Edición PDF. pp. 89
- Jean Piaget, (1932-1997) Tratado de lógica y conocimiento científico, I-VII, Editorial. Paidós. SEARLE, JR, La construcción de la realidad social, pp.415.
- Pólya, George. (1965) .Cómo plantear y resolver problemas. Versión en español de la obra How to solve it publicada por Princeton University Press en 1945. Trillas, México
- Pozo, Juan. (1999). Teoría cognitiva del aprendizaje. 6ª edición. Madrid, España. Morata,
- Rico, Luis. (1999). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. EN: compilado por: Kilpatrick, J., Rico, L. Gómez, P. (Ed) Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de Problemas. Evaluación. Historia. Una empresa docente. Bogota, Colombia.
- Rosenblat. A. (1990). El fracaso de nuestro bachillerato: rectificaciones y conclusiones. La Educación en Venezuela. Caracas. Monte Avila Editorial 5ta. Ed.
- Reif (1981). Teaching problem-solving. A scientific approach. The Physics Teacher, American Journal of Physics.
- Rudnick, Jesse; Krulik, Stephen. (1994). La reflexión: Estrategias para razonar y resolver problemas. Artmetric Techer, mimeografía Vol. 41 . número 6, pp334-338.
- Sánchez (2001). "Comprender el enunciado. Primera dificultad en la resolución de problemas". Alambique. Didáctica de las Ciencias Experimentales. N.5
- Sierpinska, A. (1999) theory of Didactic Situations-lecture notes. Concordia University, Montreal, Canadá.
- Santoyo, Fermín (2000) Principios Generales de la calidad en la Educación Superior. Universidad del Mayad. México. pg.16
- Saumer, (1983). Du concept au fantasme. Paris. PUF
- Serway, Raymond. (1996). Física.
- Socas, M (1997) dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. ice-Horsori. Pp. 125-154
- Villareal, Cristina Esteley. (1996). Concentración en Educación Matemática. Córdoba. Argentina.

Torres, Odreman (1998). Reforma Curricular Venezolana: Educación Básica: Priorida, comentarios a Lidia Gutiérrez en lidiagb@orbitas.com ...

Tamayo M. (1998). El Proceso de la Investigación Científica. México. Editorial Limusa.

Urse, Juan. (2005). La naturaleza dialéctica del conocimiento humano y de la formación del sujeto. Bachelard, Gastón. (1884-1962).. Revista de Filosofía contemporánea de la FHCE.

Valdez, Exxon. (2000). Relación entre el rendimiento escolar y las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas. México.

Vaz monis dos Santos, M. (1990). Mudanza conceitual na sala de aula, um desafio pedagógico. Ed. Livros Horizontes. Brasil.

ANEXOS

Eliminado: ¶

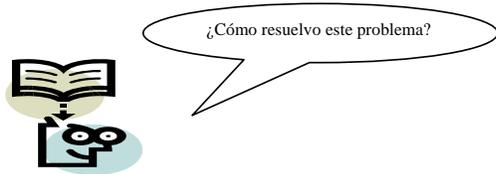
**TABLA DE VALIDACIÓN  
VARIABLE ERROR**

DIMENSIONES	INDICADORES	Pertinencia					
		Variable		Dimensión		Redacción	
		A	I	A	I	A	I
- Errores por el uso inadecuado del lenguaje gramatical	-Plantea situaciones en discordancia con el enunciado						
	-Lee incorrectamente el enunciado realiza omisión de letras y/o números						
- Errores por escasa lectura comprensiva del problema	-Dificultades de comprensión del problema planteado, se pierde y es incapaz de buscar alternativas.						
- Errores por el uso inadecuado del lenguaje matemático	-Utiliza inadecuadamente conceptos, símbolos y notaciones.						
	-Plantea ecuaciones en discordancia con lo enunciado del problema físico dado.						
	-Utiliza inadecuadamente la terminología física.						
Errores por extracción de datos	-extrae datos que no se encuentran en el problema o añade datos extraños.						
	-Utiliza valores numéricos de una variable para otra distinta						
-Despeje	- Utiliza una estrategia inadecuada en una proposición con paso correcto pero no llega a la solución.. -Manipula inadecuadamente los signos algebraicos. - utiliza incorrectamente los procedimientos de o algoritmo en la solución de problemas. - Ejecuta incorrectamente operaciones aritméticas - Aplica en forma incorrecta la regla de tres. - Aplica un algoritmo memorizado sin reflexionar la pertinencia de su uso						
-De aritmética							
- De algebra (demostración)							
- De cálculo							
- De transformación de unidades							
- Debido a los habitos escolares							
- Errores por argumentación no valida desde el punto de vista de razonamiento lógico	- Interpreta y usa inadecuadamente definiciones. - Construye y usa una implicación que no es verdadera.						
- Comprobación de los resultados	- Verifica en forma incorrecta el resultado final						









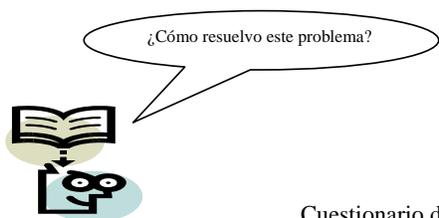
## Cuestionario de electrostática

Los problemas que se presentan a continuación tienen la finalidad de recabar información sobre conocimientos previos, tanto cotidianos como académicos, así como las habilidades en la utilización de algoritmos matemáticos de los alumnos cursantes de la asignatura Física II en la especialidad de Metalurgia del Instituto Universitario de Tecnología de Maracaibo.

Instrucciones:

1. Lee con atención cada uno de los problemas planteados.
2. Por favor especifica todos los pasos que sigues para resolver el problemas, sin omitir nada.
3. No comentes con tus compañeros, ya que la actividad es individual.

Gracias por tu colaboración



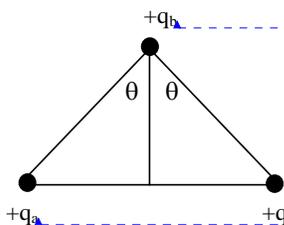
Cuestionario de electrostática

1. ¿Cómo podemos aumentar al triple el valor de la fuerza entre dos cuerpos cargados? Argumenta de manera explícita tu respuesta.

2.- Tres cargas eléctricas,  $q_a = +4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ ,  $q_b = -10^{-7} \text{ C}$  y  $q_c = -5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  están en el vacío y en línea recta. La distancia entre  $q_b$  y  $q_c$  es de 10 cm. Calcular la fuerza con que  $q_a$  acciona a  $q_c$  sabiendo que  $q_a$  y  $q_b$  se atraen con una fuerza de 40 dinas.



3. Tres cargas  $+q_a$ ,  $+q_b$  y  $+q_c$  quedan en las esquinas de un triángulo isósceles, como se ilustra en la figura. Con  $q_a = q_c$ . Si  $F$  es la magnitud de la fuerza que ejercen las cargas  $q_a$  y  $q_c$  sobre  $q_b$ . ¿Cuál es la magnitud de la fuerza total sobre  $q_b$ ?

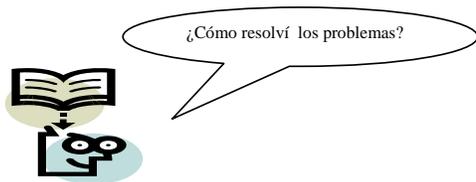


Con formato: Fuente: 11 pt

Con formato: Fuente: 11 pt

Con formato: Fuente: 11 pt

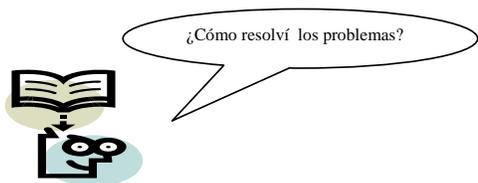




## ENCUESTA

- 1.- La presente encuesta tiene por finalidad recabar información sobre los diferentes procedimientos y dificultades que se presentaron durante la realización de los problemas del cuestionario.
- 2.- Lee detenidamente la encuesta antes de responder las preguntas planteadas.
- 3.- No existen preguntas correctas ni incorrectas. No dejes preguntas sin responder.
- 4.- Esta encuesta es anónima no necesitas dar tu nombre y sus respuestas serán mantenidas en absoluta reserva.
- 5.- No comentes con tus compañeros, ya que la actividad es individual
- 6.- Si tiene alguna duda con respecto a la interpretación de alguna pregunta por favor indícalo en este recuadro


¡GRACIAS POR TU COLABORACIÓN!



### ENCUESTA

Edad al iniciar la carrera: \_\_\_\_\_ Edad actual: \_\_\_\_\_ Semestre que cursa: \_\_\_\_\_

1.- ¿Realizó una lectura correcta al enunciado del problema? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_

2.- ¿Son difíciles de resolver los problemas planteados? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_  
Si su respuesta es Si responde por qué \_\_\_\_\_

3.- ¿Comprendió todos los problemas planteados? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_  
En caso de responder la opción No señale cuál y por qué \_\_\_\_\_

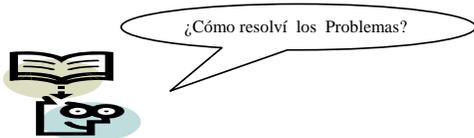
4.- ¿Realizó un breve razonamiento antes de responder los problemas?  
Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_

5.- ¿Extrajo en forma correcta los datos del problema? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_

6.- ¿Reconoció las expresiones matemáticas? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_  
Si responde No. Indique cuáles \_\_\_\_\_

7.- ¿Tuvo alguna dificultad al realizar transformación de unidades? Indique cuál. \_\_\_\_\_





### *Guión de la entrevista (grupal)*

**OBJETIVOS:**

1. Determinar los errores en los algoritmos matemáticos en los problemas físicos propuestos en el cuestionario.
2. Indagar las razones de la incidencia de los errores, discutiendo sobre los mismos.
3. Establecer avances cognitivos, tanto conceptuales como procedí mentales.

<i>Objetivos</i>	<i>Preguntas</i>
1	Errores detectados en la solución de los problemas del cuestionario
2	a) Preguntas en relación al procedimiento seguido al resolver los problemas. b) Preguntas abiertas en relación al por qué se cometió el error.
3	Resolver un problema similar al del cuestionario, pero en otro contexto.















*Trabajo de Grado: "ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE ALGORÍTMOS MATEMÁTICOS EN LA<sup>44</sup>*  
*RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FÍSICOS"*